10 – Gli insiemi numerici delle radici e dei radicali

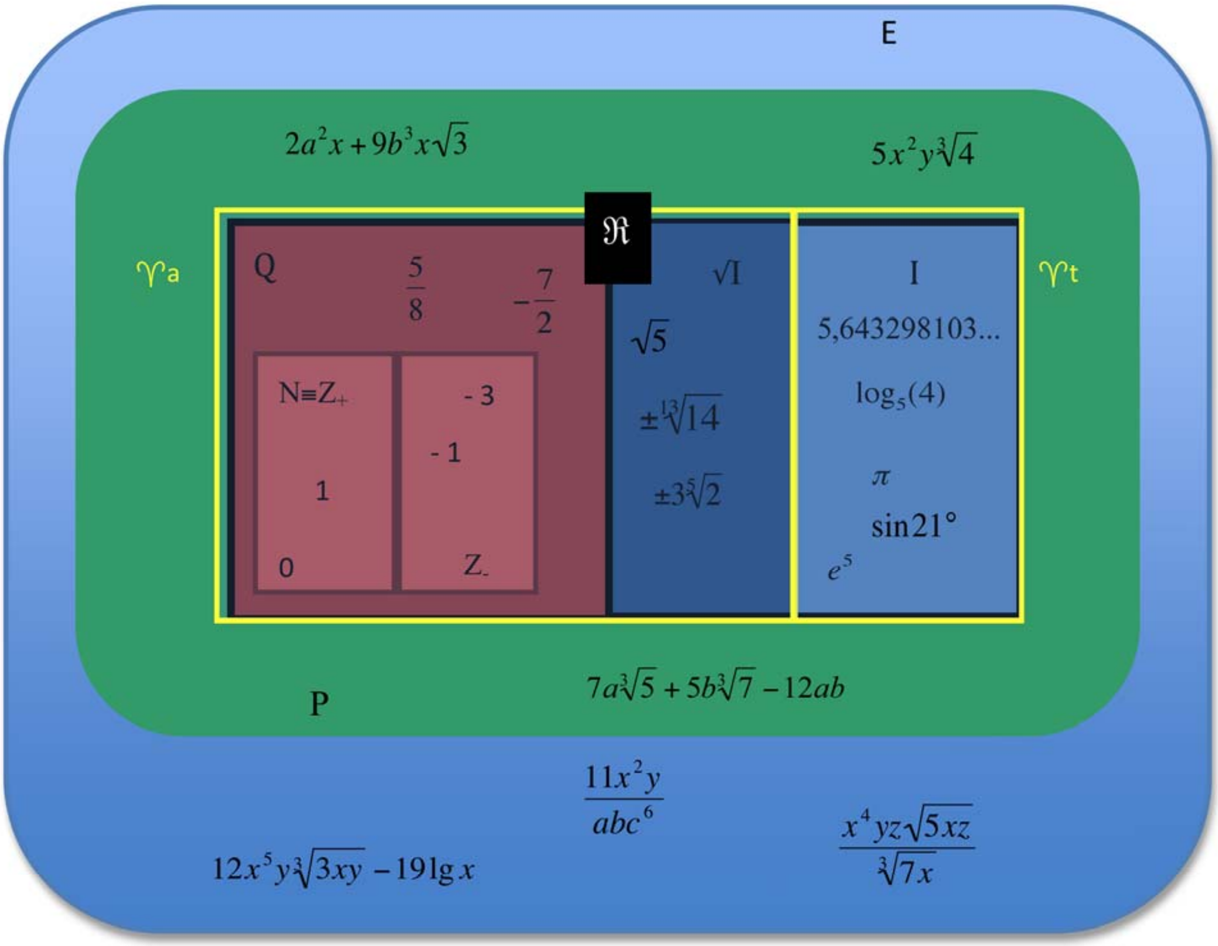

Fig. 7 – Insieme dei numeri Reali (ℜ), dei Radicali Algebrici (♈a) e Trascendenti (♈t), dei Polinomi (P) e delle Espressioni letterali (E) algebriche e trascendenti

ℜ≡ Q ∪ √I ∪ I ≡ (♈a ∪ ♈t) ⊂ Polinomi ⊂ Espressioni letterali

Fig. 8 – Rappresentazione grafica dei numeri Reali sulla retta

LEGENDA

- N Card(N)= $\aleph_0$ (numeri Naturali)
- Q Card(Q)= $\aleph_0$ (successioni contigue di numeri razionali)
- √I Card(√I)= $\aleph_0$ (numeri irrazionali radice elementi separatori tra due successioni
- contigue di numeri razionali)
- I-√I Card(I-√I)= $\aleph_0$ (numeri irrazionali trascendenti elementi separatori tra due successioni contigue di numeri razionali e che finiscono per occupare tutti i punti della retta restanti, dopo che si sono posizionati i precedenti numeri, rendendo ℜ un insieme denso con Card(ℜ)=c)

Ma allora quanti sono i numeri Reali? Esattamente alef-zero per alef-zero volte:

$$\aleph_0^{\aleph_0} = c$$

dove con $\aleph_0$ si indica la potenza del numerabile e con c la potenza del continuo.
Il prof. Leonardo Sasso ci chiede di precisare:
nel diagramma di Eulero-Venn in fig. 8, si fa riferimento all'insieme dei radicali algebrici e all'insieme dei radicali trascendenti; col termine "radicali algebrici" ci si riferisce a radicali numerici che contengano solo numeri Reali algebrici (o anche, secondo la definizione classica: le soluzioni di equazioni algebriche) mentre per "radicali trascendenti" si intendono quei radicali numerici nei quali compaiano anche numeri Reali trascendenti.