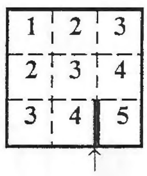
CAMPIONATI INTERNAZIONALI DI GIOCHI MATEMATICI
FINALE ITALIANA
24 MAGGIO 1997

INIZIO CATEGORIA C1

1) LA TORTA DI GIACOMO (coef. 1)

Giacomo ha invitato Matteo e Matilde, e propone loro una "torta numerica", costituita da nove piccoli quadrati contenenti ciascuno una cifra di frutta candita, come sul disegno qui a fianco. Giacomo chiede ai suoi amici di dividere questa torta in tre pezzi contenenti ciascuno un numero intero di quadrati. Inoltre, se si totalizzano le cifre scritte sui quadrati di ogni pezzo, si deve ottenere lo stesso totale. Matilde ha iniziato il taglio con la riga indicata dalla freccia.



Concludere la divisione della torta.

2) LA NOCE DEL PADRONE (coef. 2)

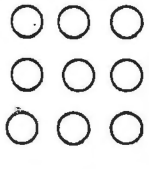
Gastone ha davanti a sé un bel mucchio di noci che il suo cane Medoro gli ha portato (tra 1 e 97 noci). Divide il mucchio in due nuovi mucchi uguali; se avanza una noce, la dà al cane, poi mette da parte uno dei due mucchi. Ricomincia con il mucchio rimanente, dando ogni volta al cane la noce che avanza, se ne avanza una, compresa l'ultima noce.
Quante noci ha mangiato Medoro, al massimo?

3) IL 98° DELLA LISTA (coef. 3)

Si scrive un numero avente una cifra prima della virgola ed una cifra dopo la virgola, per esempio 4,1 (1° numero della lista). Si scambiano quindi la parte intera e la parte decimale di questo numero (4,1 diventa 1,4), poi si calcola la differenza tra i due numeri (il più grande meno il più piccolo: 4,1 - 1,4), e si scrive il risultato: 2,7 (2° numero della lista). Si può allora ricominciare con 2,7; 2,7 diventa 7,2 e 7,2 -2,7 = 4,5 (3° numero della lista) ....
Se il primo numero scritto è 9,7 e si applica lo stesso metodo per 97 volte, quale sarà l'ultimo numero scritto, cioè il 98°?

4) PROBLEMA DI VICINATO (coef. 4)

Nei cerchi del disegno qui sotto, **scrivere le cifre da 1 a 9** in modo tale che:

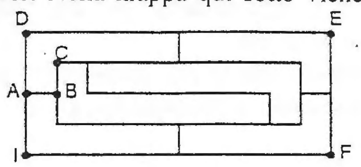


- la cifra 2 sia scritta immediatamente a destra dell'8 e direttamente sotto il 4,
- la cifra 6 sia scritta immediatamente a destra del 3 e immediatamente a sinistra del 9,
- la cifra 7 sia scritta immediatamente a sinistra dell'1 e immediatamente sopra il 5.

INIZIO CATEGORIE C2, L1, L2, GP

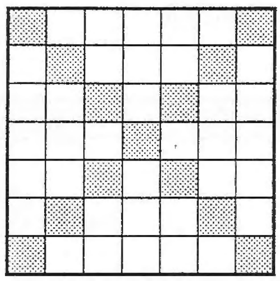
5) LA LUNGHEZZA DEL RETTANGOLO (coef. 5)

Un terreno rettangolare è suddiviso in sei porzioni con la stessa forma e la stessa superficie. Nella mappa qui sotto viene rispettata la disposizione delle porzioni, ma le distanze e le proporzioni non sono giuste.



Si sa soltanto che AB = BC = 1 hm.
Qual è la lunghezza del terreno (lato più lungo), espressa in ettometri?

6) LE PEDINE SULLA SCACCHIERA (coef. 6)

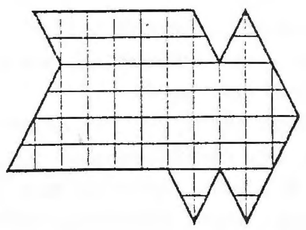


Si vogliono mettere 31 pedine sulla scacchiera di 49 caselle rappresentata qui a lato in modo tale che queste 31 pedine formino un insieme simmetrico rispetto a ciascuna delle due diagonali della scacchiera.
Quante pedine, come minimo, saranno messe sulle caselle delle diagonali (rappresentate in grigio)?

7) OPERAZIONI DELL'ANNO (coef. 7)

Utilizzando cinque numeri diversi presi fra 1000, 9, 100, 4, 20, 10, 7, e utilizzando nell'ordine le 4 operazioni (: x + -), **ottenere 1997.**

8) IL TERRENO DA DIVIDERE (coef. 8)



Il signor Rossi è proprietario di due terreni. Decide di dare il suo secondo terreno, rappresentato qui a lato, ai suoi quattro figli. Ma esige che le quattro porzioni abbiano la stessa forma e la stessa superficie.
Fare la suddivisione del terreno.

FINE CATEGORIA C1

Attenzione! I giochi 9, 10, 11, 12 e 14 possono avere più soluzioni.
Nella scheda per le risposte vi è una colonna per indicare il numero di soluzioni (1, 2, 3, ...) e vi è lo spazio per scrivere due soluzioni.
Naturalmente questo non vuol dire che vi siano sempre più soluzioni.

9) CORSA A CRONOMETRO (coef. 9)

Antonio, Michele e François tentano di battere un primato in bicicletta, su un percorso a squadre di 100 km.
Visto che si tratta di collaborare efficacemente, decidono di darsi i cambi (cioè di pedalare in testa per proteggere i compagni dal vento) in un modo originale ma regolare:
due di loro percorrono in testa una tratta da due chilometri e il più vigoroso percorre in testa una tratta da un chilometro soltanto, ma più velocemente, facendo i cambi nello stesso ordine durante tutta la gara.
Si sa che Antonio era in testa durante il 72° km, che François era in testa durante l'89° km, e che Michele era in testa durante il 93° km.
Potete dire in che ordine i tre uomini hanno scelto di darsi il cambio all'inizio della gara?

10) IL PRESTITO MANCATO (coef. 10)

Carlo dice a Gastone: "Prestami 72000 lire".
"Non ti posso prestare questa cifra, perché non ne ho abbastanza con me" risponde Gastone. "Se avessi due volte la cifra che ho adesso, allora avrei, oltre a quello che mi chiedi, la cifra che mi manca per poterti prestare 72000 lire".
Di quanti soldi dispone Gastone?

FINE CATEGORIA C2

11) I TRE CALCIATORI (coef. 11)

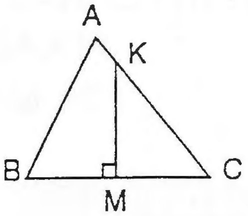
Tre amici hanno comprato un pallone da calcio per 4500 lire e l'hanno pagato tutti e tre insieme.
Il primo ha sborsato una cifra inferiore o uguale a quella pagata dai suoi due amici insieme. Il secondo ha sborsato una cifra inferiore o uguale alla metà di quella pagata dai suoi due amici insieme. Il terzo ha sborsato una cifra inferiore o uguale al quinto di quella pagata dai suoi due amici insieme.
Quanto ha pagato ciascuno?

12) I NUMERI SCIVOLOSI (coef. 12)

Il numero 20 è un numero "scivoloso", perché $20 = 10 + 10$ e $1/10 + 1/10 = 0{,}20$, che si scrive come il numero 20, semplicemente preceduto da uno zero e da una virgola.
Un numero scivoloso è un numero che si può scomporre in una somma di due interi a e b, non necessariamente uguali, tali che la somma degli inversi di a e b si scriva (in base 10) con le cifre del numero di partenza, scritte nello stesso ordine e precedute da uno zero e una virgola.
Quanti altri numeri scivolosi ci sono? Trovarne due.

13) LA SPARTIZIONE DI EUGENE (coef. 13)

Al grande architetto Eugène Iteur piacevano molto i numeri interi. Ammiratore di Pitagora e Talete, comprò durante la sua vecchiaia, nella regione del Puy de Dome (dipartimento 63), un terreno triangolare ABC le cui dimensioni in metri erano, scherzosamente, $AB=13\sqrt{63}$, $AC=15\sqrt{63}$ e $BC=14\sqrt{63}$.

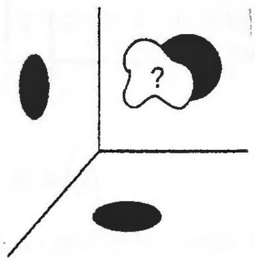


Quando morì, i suoi due figli, Délim e Facil dovettero dividersi il terreno, in modo che le due parti avessero la stessa superficie.
- Delim voleva un muro divisore rettilineo tra le due parti.
- Facil disse che bastava costruire questo muro perpendicolarmente al lato BC.

Quale è, in metri, eventualmente arrotondata al centimetro, la lunghezza del muro di divisione?
Si può prendere 2,646 per $\sqrt{7}$.

FINE CATEGORIA L1

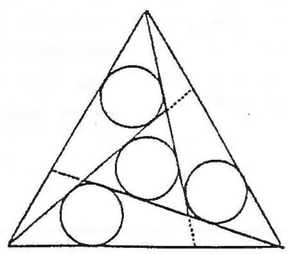
14) LA PALLA DI CHRIS THAL (coef. 14)



Per prevedere il futuro, Christine Thal, detta Chris, maga di professione, utilizza una "palla" di cristallo molto strana che ci descrive nel modo seguente:
"Quando è illuminata dall'alto, la sua ombra proiettata su un piano orizzontale situato sotto è un disco circolare pieno.
Quando è illuminata dalla destra, la sua ombra proiettata su un piano verticale situato a sinistra è un disco circolare pieno identico al primo.
Quando è illuminata dal davanti, la sua ombra proiettata su un piano verticale situato dietro è un disco circolare pieno identico agli altri due.
Inoltre, fra tutti gli oggetti che hanno queste caratteristiche, è quello che ha il più grande volume."
Di quante facce (non necessariamente piatte) **si compone la "palla" di Chris Thal?**

15) L'EREDITA' DI CIRCULUS (coef. 15)

Circulus, il ben noto imperatore romano, vuole dividere la sua sontuosa proprietà tra i suoi quattro figli, tre maschi ed una femmina. Questa proprietà ha la forma di un triangolo equilatero di 8 chilometri di lato. Da ogni vertice di questo triangolo parte una strada retta che raggiunge il lato opposto. La parte di ogni maschio ha la forma di un triangolo di cui un lato coincide con un lato della proprietà e ciascuno degli altri due lati è delimitato da una strada. La parte della femmina ha la forma di un triangolo di cui ogni lato è delimitato da una strada (sul disegno, i trattini indicano il prolungamento delle strade).
Circulus vuole che ciascuno dei suoi figli possa sistemare una arena circolare all'interno della propria parte. Queste arene, destinate ai giochi, hanno tutte lo stesso raggio.
Quale è questo raggio, al massimo?
Si dia il raggio arrotondato al metro più vicino. Se c'è bisogno, si prenda 1,414 per $\sqrt{2}$, 1,732 per $\sqrt{3}$, 2,236 per $\sqrt{5}$, 2,646 per $\sqrt{7}$.



FINE CATEGORIE L2 E GP