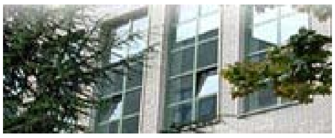
International Site

HOME PAGE | CERCA | MAPPA | WEBMAIL | COMMUNITY | CONTACT US

Ateneo | Didattica | Ricerca | Risorse e Servizi | Come fare per



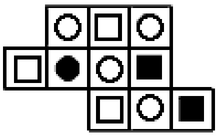
Ricerca > Centri di Ricerca > PRISTEM > Giochi matematici > Archivio edizioni precedenti - testi di allenamento > 2001 Semifinale italiana

2001 Semifinale italiana
Soluzioni

SEMIFINALE ITALIANA 2001 SOLUZIONI

1. MELE E PERE
Indichiamo con m il peso di una mela e con p quello di una pera.
La prima figura ci dà l'uguaglianza $2m = 3p$, la seconda: $2m + 100 = 4p$.
Perché entrambe le uguaglianze siano vere, deve essere $m = 150$.
Ogni mela pesa 150 grammi.

2. LE CINQUE TESSERE



3. FIORI PER TUTTI
Indichiamo con L il lato del quadrato e con l la base di ogni appezzamento rettangolare.
Abbiamo $5l = L$ e $2l + 2L = 150$.
Perché entrambe queste uguaglianze siano vere, deve essere $L = 62{,}5$.
Il perimetro del terreno del signor Penterba misura dunque 250 metri.

4. LO STAMPATORE SBADATO
Basta contare i "6" e i "9" da 1 in poi. Se ne contano 36 arrivando alla pagina 96.
Il nostro libro ha 96 pagine.

5. LE RANOCCHIE E IL PRINCIPE AZZURRO
È Emy la ranocchia che trova il principe azzurro.

6. LA SCALA
Al minimo, la somma degli Euro contenuti nelle caselle della scala è di 59 Euro.

7. LE DUE STRISCE
L'area della zona in grigio è data dal prodotto della misura della base e dell'altezza.
Quest'ultima misura 1 cm; poiché il perimetro è di 8 cm, la base è di 2 cm.
L'area è data da 2 cm2.

8. PER RISALIRE IL TEMPO
L'orologio del mio compagno di banco segna l'ora esatta quando la lancetta dei secondi segna i 30 o i 60 secondi. Questo capita esattamente (contando anche l'istante iniziale e quello finale) 91 volte.

9. IL LIBRO DI AL.FA E BE.TA
Se indichiamo con x il prezzo del libro (tasse escluse), abbiamo $x + 15 \times /100 = 287{,}5$ da cui $x = 250$.
Su questa cifra calcoliamo la tassa dell'8% e, sul risultato così ottenuto, calcoliamo la nuova tassa del 5%.
Otteniamo la cifra di 283,5 sovrani d'oro (prezzo pagato da Be.Ta).

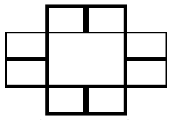
10. UN TREKKING IN MONTAGNA
Confermiamo anzitutto che la Valnontey è un bellissimo sito.
Per quanto riguarda gli zaini, siano ao e co i pesi degli zaini di Anna e Chiara alla partenza:
$ao = co$. Alla sera, avremo $c1 = 2/3 * a1 = 2/3 * ao$.
Dopo aver riequilibrato il peso degli zaini, avremo invece $c2 = a2 = 5/6 * a1$. Alla fine, valgono le relazioni $a3 = 3/4 * c3$ e $a3 = c3 - 500$.
Da tutte queste informazioni si ricava $a0 = 2400$: al momento della partenza, lo zaino di Anna pesava 2400 grammi.

11. IL QUADRATO DELL´ANNO
Il più piccolo intero positivo richiesto è 249 (il suo quadrato è infatti 62001).

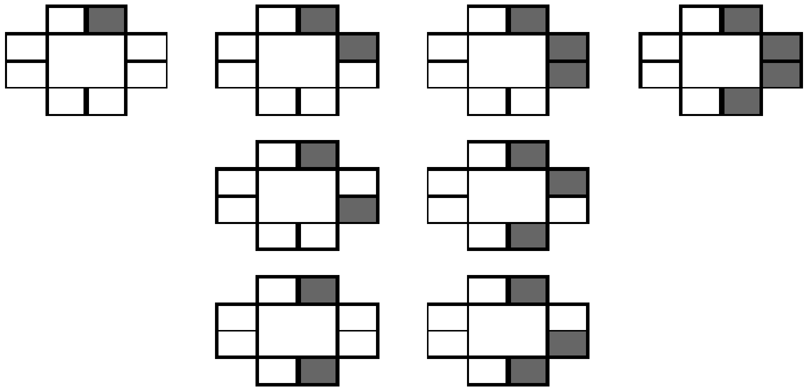
12. UN SUPER COMPLEANNO
Se n è l´età di Angelo (e $n+4$ è quella di Renato), gli anni di Rosi possono essere $n+1$ o $n+2$ o $n+3$.
Nel primo caso $(n, n+1, n+4)$, la somma delle quattro somme è $9n+15$, mentre la somma delle tre differenze è 8. Abbiamo quindi $9n+15 = 8(n+4)$ da cui $n+4 = 21$.
Nel secondo caso $(n, n+2, n+4)$, un ragionamento analogo porta a $n+4 = 18$ mentre, nel terzo caso $(n, n+3, n+4)$, otteniamo $n+4 = 15$.
Il quesito ha tre soluzioni: 15, 18, 21.

13. LA RUOTA ESPLORATRICE
Siano ABC il triangolo dato con $AB = 30$ cm , $BC = 40$ cm e $AC = 50$ cm e A´B´C´ quello percorso dal centro della ruota, simile ad ABC.
Siano H la distanza del vertice A´ da AC, A" l´intersezione del prolungamento di A´B´ con AC e K la proiezione di A" su AB.
Per la similitudine dei triangoli, otteniamo KA" = 2 (da cui AK = 1,5) e A´H = 2 (da cui A´A" = 2,5). Quindi risulta A´B´ = 24, B´C´ = 32 e A´C´ = 40.
Il centro della ruota percorre un triangolo il cui perimetro è di cm 96.

14. IL MANDARINO DI ORNELLA



Oltre a questa possibilità in cui tutto il mandarino è senza semi, si devono analizzare tutti gli altri casi: tenendo fissa una metà del mandarino (quattro caselle a sinistra), le differenti distribuzioni delle rimanenti quattro caselle senza semi (bianche) o con semi (nere) sono le seguenti. Ognuna va poi moltiplicata per 8 secondo gli otto possibili orientamenti.



La probabilità di casella bianca è 2/3, di casella nera è 1/3.
Per tutte le diverse configurazioni le quattro caselle bianche consecutive danno una probabilità di $2^4/3^4$.
Per le altre caselle si hanno nell'ordine le seguenti probabilità:
$2^3/3^4+3x(2^2/3^4)+3x(2^1/3^4)+1/3^4$

Riepilogando:
$2^8/3^8+8x(2^3/3^4+3x(2^2/3^4)+3x(2^1/3^4)+1/3^4)x(2^4/3^4)$ da cui con semplici passaggi:
$(2^4+8x(2^3+3x2^2+3x2^1+1)x(2^4/3^4)=$
$=(16+8x(8+12+6+1))x(2^4/3^4)=$
$=(16+8x27)x(2^4/3^4)=$
$=232x(2^4/3^4)=$
$=3712/6561$

Università Bocconi - Via Sarfatti 25 - 20136 Milano - Tel. 02 5836.1