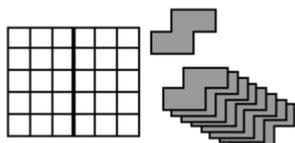


FINALE del 23° campionato: 28 agosto 2009

INIZIO DI TUTTE LE CATEGORIE

1 – I quadradomini (coefficiente 1)

Mattia dispone di una scacchiera rettangolare di 6×5 caselle e di un insieme di pezzi tutti della stessa forma, rappresentati dalle figure grigie nel diagramma a lato. **Quanti pezzi Mattia può disporre sulla scacchiera senza sovrapposizioni?** Nota: i pezzi possono essere rivoltati.



2 – Le biglie (coefficiente 2)

Mattia aveva più di 20 biglie, ma meno di 30. Ne dà alcune a Matilde, poi le dice: “Sommo il triplo del numero di biglie che ti ho appena dato e la metà del numero di quelle che mi restano. Il risultato è esattamente uguale al numero di biglie che avevo prima di dartene alcune.” **Quante biglie aveva Mattia prima di darne alcune a Matilde ?**

3 – L’età di Matilde (coefficiente 3)

Oggi Matilde ha 11 anni; suo fratellino ne ha 7 e sua madre 37.

Matilde scrive la sua età: ‘11’. Poi addiziona fra loro le cifre che compongono questo numero, poi moltiplica il risultato per 7 e scrive il risultato della moltiplicazione: ‘14’. Poi ricomincia allo stesso modo a partire da tale numero: addiziona fra loro le cifre che compongono questo numero, poi moltiplica il risultato per 7 e scrive il risultato della moltiplicazione: ‘35’. Matilde ha così scritto tre numeri: ‘11’, ‘14’ e ‘35’. **Quale sarà il 37° numero che scriverà Matilde?**

4 – Cerca quadrato (coefficiente 4)

Due rettangoli, rispettivamente di dimensioni 5 cm. \times 6 cm. e 3 cm. \times 4 cm. sono disposti all’interno di un quadrato senza sovrapposizioni. **Qual è la misura del lato del quadrato più piccolo che può contenere questi rettangoli?**

5 – Autoriferimento (coefficiente 5)

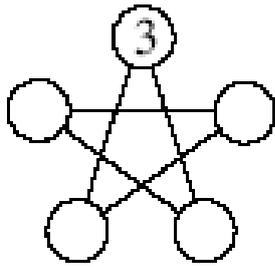
Completate la frase scritta nel riquadro, mettendo delle cifre al posto dei puntini di sospensione, in modo che la frase risulti vera. Scrivete le cifre direttamente sul formulario per la risposta.

[1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18. Il numero di volte in cui compare la cifra ‘...’ in questo riquadro è 3 volte il numero delle volte in cui compare la cifra ‘ ’]

FINE CATEGORIA CE

6 – La stella (coefficiente 6)

Disponete le cifre ‘5’, ‘6’, ‘7’ e ‘9’ nei quattro vertici liberi della stella in modo che, se calcolate le somme dei numeri collegati da ognuno dei cinque segmenti che formano la stella, le somme ottenute siano date da 5 numeri che si seguono immediatamente l’un l’altro.

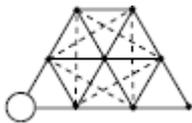


7 – Con 4 e 6 (coefficiente 7)

Quel è il numero più piccolo che si scrive unicamente con dei ‘4’ e dei ‘6’ (usandone almeno uno di entrambi), e che è tale che, se diviso per 4 e 6, si ottengono dei numeri interi?

8 – Senza triangolo equilatero (coefficiente 8)

Su ognuno dei 9 vertici della rete si può posizionare un pedone bianco o un pedone nero, oppure si può lasciare il vertice libero. Non si devono posizionare tre pedoni dello stesso colore ai vertici di un triangolo equilatero, quale che siano la sua taglia e la sua dimensione. Un pedone bianco è già stato posizionato. **Posizionate il maggior numero possibile di pedoni.**



FINE CATEGORIA CM

PROBLEMI 9-18: ATTENZIONE! PERCHÉ UN PROBLEMA POSSA CONSIDERARSI COMPLETAMENTE RISOLTO, DOVETE DARE IL NUMERO DELLE SUE SOLUZIONI E DARE LA SOLUZIONE, SE VE NE È UNA SOLA O DUE SOLUZIONI SE VE NE SONO PIÙ DI UNA. PER TUTTI I PROBLEMI SUSCETTIBILI DI AVERE PIÙ SOLUZIONI, ABBIAMO PREVISTO LO SPAZIO PER SCRIVERE DUE SOLUZIONI; MA È POSSIBILE CHE VE NE SIA UNA SOLA!

9 – Il cubo delle idee (coefficiente 9)

Si formi un cubo $3 \times 3 \times 3$ impiegando 27 dadi uguali. Ogni dado presenta un numero diverso da 1 a 6 su ognuna delle sue facce e la somma dei numeri sulle facce opposte è sempre 7. **Qual è, al minimo, la somma di tutti i numeri che risultano visibili sulle facce del cubo.**

10 – Il gioco dei bicchieri (coefficiente 10)

Vi sono nove bicchieri su una tavola. Otto sono capovolti, uno non lo è. Una mossa consiste a girare 7 bicchieri (ovvero a cambiare la loro posizione, capovolgendoli se non sono capovolti, o viceversa). **Al minimo, quante mosse servono per ottenete una disposizione in cui nessun bicchiere è capovolto?**

11 – Dal rettangolo al quadrato (coefficiente 11)

Si tagli il rettangolo seguendo la linea punteggiata. Tutti e sette segmenti che formano questa linea hanno una lunghezza di un numero intero di centimetri. Traslando i due pezzi così ottenuti (ovvero muovendoli ma senza capovolgerli) è possibile ricostituire un quadrato il cui lato misura un numero intero di centimetri, senza lasciare lacune né dando luogo a sovrapposizioni. **Qual è al minimo, in centimetri, la lunghezza minima della linea punteggiata?** Nota: la figura non rispetta le proporzioni.



FINE CATEGORIA C1

12 – La cuccia (coefficiente 12)

La base della cuccia del cane di Giuliano ha forma di un esagono regolare il cui lato misura 1 metro. La cuccia è chiusa e il cane è legato fuori dalla cuccia a un vertice dell'esagono tramite una catena che misura 2 metri. **Qual è, in metri quadri, l'area della regione esterna alla cuccia che il cane può calpestare?** Dare la risposta esatta, utilizzando π , se necessario (si supponga che il cane non possa poggiare le sue zampe oltre l'estensione massima della catena).

13 – Doppia copertura (coefficiente 13)

Poggiando un quadrato di 4 cm di lato su un triangolo, è possibile coprire fino a due terzi della superficie di quest'ultimo. Poggiando il triangolo sul quadrato si può coprire fino a tre quarti della superficie di quest'ultimo. **Qual è l'area del triangolo in cm^2 ?**

14 – Frazioni semplificate (coefficiente 14)

Mattia ha appena inventato un nuovo metodo per semplificare le frazioni. Per semplificare la frazione '49/98', si accontenta di cancellare la cifra che appare tanto nel numeratore quanto nel denominatore, ovvero '9': ottiene così 4/8, che è proprio uguale a 49/98. **Quali altre frazioni della forma a/b (dove a e b sono numeri a due cifre con una cifra diversa da '0' in comune e tali che $a < b$) Mattia può semplificare con il suo metodo?**

FINE CATEGORIA C2

15 – I cubi (coefficiente 15)

Mattia dispone d'un gran numero di cubi bianchi uguali. Su ogni faccia di ognuno di essi, traccia una diagonale. **Quanti cubi diversi fra loro otterrà al massimo?** Nota: la figura mostra le facce visibili di 3 cubi di Mattia. Attenzione, alcuni fra questi tre cubi potrebbero non essere diversi dopo una rotazione nello spazio. Per 'cubi diversi' intendiamo cubi che sono fra loro diversi quale che siano la loro posizione rispettive.



16 – La formica nel cubo (coefficiente 16)

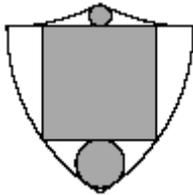
Una formica parte da un vertice di un cubo. Ogni suo movimento consiste nell'andare da un vertice del cubo a un altro seguendo uno spigolo. Giunta a un vertice, la formica sceglie a caso lo spigolo da seguire fra i tre che partono da quel vertice. Ogni scelta è indipendente dalle altre. **Qual è la probabilità che la formica sia passata da tutti gli otto vertici del cubo dopo aver compiuto sette movimenti?** Il vertice di partenza conta fra i vertici da cui la formica è passata. Sia dia la risposta sotto forma di frazione irriducibile.

FINE CATEGORIE L1 E GP

17 – Il blasone (coefficiente 17)

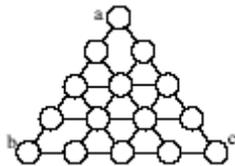
Il blasone del Castello della Matematica ha un asse di simmetria verticale. I quattro archi di cerchio che lo delimitano hanno lo stesso raggio. Giustapposti l'uno all'altro un arco di

cerchio lungo e uno corto formano esattamente un quarto di cerchio. Le tangenti agli archi lunghi nei punti dove questi incontrano i corti sono perpendicolari al segmento orizzontale che a sua volta è tangente ai due archi corti in questi stessi punti. Tutti i punti di tangenza e contatto sono perfetti. Il raggio dei due cerchi misura un numero intero di millimetri. **Qual è il rapporto del raggio maggiore al minore?** Si dia la risposta sotto forma di frazione irriducibile.



18 – Da 2 a 17 (coefficiente 18)

Disponete tutti i numeri da 2 a 16 mettendone uno in ogni cerchio. La somma dei numeri lungo ognuna delle 9 linee tracciate deve sempre essere la stessa. Il numero che occupa la casella *a* deve essere minore di quello che occupa la casella *b* e questo, a sua volta, minore di quello che occupa la casella *c*.



FINE CATEGORIE L2 E HC.