

**FINALE del 28° campionato: 29 agosto 2014
INIZIO DI TUTTE LE CATEGORIE**

1 - Il girocollo (coefficiente 1)

Sissi ha appena acquistato un girocollo di 10 perle, 4 nere e 6 bianche, disposte come nella figura a sinistra.

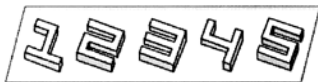


Ella vuole alternare due perle bianche e due perle nere, in modo da ottenere la configurazione rappresentata nella figura a destra. Un'operazione consiste nel tagliare il girocollo in due punti (se si vuole far ruotare la parte intermedia), oppure in un unico punto (se si vuole far ruotare una parte comprendente un'estremità).

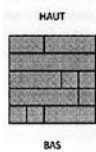
Al minimo, quante operazioni deve compiere Sissi per riuscire nel suo intento?

2 - La pila di cifre (coefficiente 2)

La prima figura rappresenta dei solidi aventi la forma delle cifre da "1" a "5" disposti su di un piano.



Tutte le facce di queste solidi sono grigie, tranne quella superiore, che è bianca. Anna ruota questi solidi di un quarto di giro (90°) o di mezzo giro (180°) in senso orario o antiorario, mantenendo la faccia bianca in alto, poi li impila gli uni sugli altri, in modo da ottenere una configurazione che, vista di lato, appare come nella seconda figura.



In quale ordine, dal basso in alto, Anna ha impilato i suoi solidi?

3 - La disposizione delle tessere di un domino (coefficiente 3)

Immaginate di avere alcune tessere di domino tutte diverse fra loro (ovvero tali che ognuna di esse reca una diversa coppia di numeri, indipendentemente dal loro ordine), nessuna delle quali è doppia (ovvero reca due volte lo stesso numero), recanti i numeri da 0 a 4. Le tessere di domino devono essere disposte in tal modo che la parti che si toccano recano lo stesso numero.



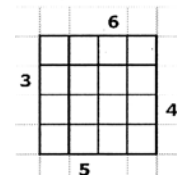
Dovete porre sei tessere sulla griglia raffigurata in figura, in modo che la somma dei sei numeri che recano le prime tre (a sinistra) sia uguale alla somma dei sei numeri che recano le seconde tre (a destra). **Completate lo schema in modo che rappresenti la disposizione delle vostre tessere.**

4 - Pioggia in vacanza (coefficiente 4)

Dorotea ha trascorso le sue vacanze estive in Lombarmatica. Ha avuto esattamente 20 pomeriggi e 14 mattine senza pioggia. Vi è stato un solo giorno in cui ha piovuto tanto la mattina quanto il pomeriggio. Vi sono stati 13 giorni in cui ha piovuto o la mattina o il pomeriggio o sia la mattina che il pomeriggio. **Quante sono state le mattine in cui ha piovuto?**

5- Somma sullo schema (coefficiente 5)

In ogni linea e ogni colonna dello schema deve esserci una casella vuota, mentre le altre tre caselle devono recare i numeri 1, 2, e 3 (uno per casella).



Gli indici al di fuori dello schema indicano la somma dei numeri che vi vedono sulla linea o colonna corrispondente dalla posizione dell'indice stesso, posto che un numero nasconde i numeri più piccoli: per esempio, una linea recante, nell'ordine i numeri 1, 3, 2, dovrebbe avere a sinistra l'indice 4 (1+3, con 2 nascosto da 3) e a destra l'indice 5 (2+3, con 1 nascosto da 2). **Riempite lo schema.**

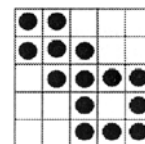
FINE CATEGORIA CE

6 - I camaleonti (coefficiente 6)

Sull'isola della Matematica, in un certo momento, si contano 20 camaleonti verdi, 14 bianchi, e 10 rossi. Quando due camaleonti di diverso colore s'incontrano, i loro due colori cambiano e entrambi acquisiscono il terzo colore (per esempio, se si incontrano un camaleonte verde e uno bianco, entrambi diventano rossi). Un camaleonte dell'isola della Matematica non può cambiar colore in nessun altro modo. **Perché i 44 camaleonti acquisiscano tutti lo stesso colore, quanti incontri fra due camaleonti si devono realizzare, al minimo?** Se pensate che sia impossibile che tutti i camaleonti acquisiscano lo stesso colore, rispondete '0'.

7 - 2 o 4 (coefficiente 7)

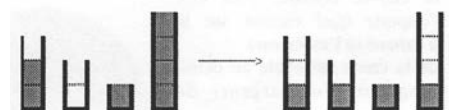
Avete 25 gettoni. Potete occupare ogni casella di una scacchiera 5x5 con un solo gettone.



Ma dovete farlo in modo che ogni casella con un gettone sia adiacente (lungo uno dei suoi lati) a 2 o 4 caselle con un gettone, anche se è possibile che una casella adiacente a 2 o 4 caselle con un gettone resti vuota. La figura mostra una possibile configurazione di 14 gettoni sulla scacchiera. **Piazzate sulla scacchiera il maggior numero possibile di gettoni e indicate questo numero.**

8- I due secchi d'acqua (coefficiente 8)

Marta ha quattro secchi: uno ha una capacità di 3 litri d'acqua, uno di 2 litri, uno di 1 litro e uno di 4 litri. Il primo secchio contiene 2 litri d'acqua (rappresentati in grigio sulla figura), il secondo 0 litri (ovvero è vuoto), il terzo 1 litro, e il quarto 4 litri.



Un'operazione consiste a vuotare un secchio non vuoto in uno dei seguenti tre modi:

completamente, versando tutta l'acqua che contiene in un prato; completamente, versando tutta l'acqua che contiene in un solo altro secchio, senza farlo debordare;

parzialmente, versando parte dell'acqua che contiene in un altro secchio, in modo da riempirlo completamente.

Al minimo, in quante operazioni, Marta può arrivare a avere 1 litro in ogni secchio?

FINE CATEGORIA CM

PROBLEMI 9-18: ATTENZIONE! PERCHÉ UN PROBLEMA POSSA CONSIDERARSI COMPLETAMENTE RISOLTO, DOVETE DARE IL NUMERO DELLE SUE SOLUZIONI E DARE LA SOLUZIONE, SE VE NE È UNA SOLA O DUE SOLUZIONI SE VE NE SONO PIÙ DI UNA. PER TUTTI I PROBLEMI SUSCETTIBILI DI AVERE PIÙ SOLUZIONI, ABBIAMO PREVISTO LO SPAZIO PER SCRIVERE DUE SOLUZIONI; MA È POSSIBILE CHE VE NE SIA UNA SOLA!

9 - Numero divino (coefficiente 9)

Il mago Hic si è coperto gli occhi con una benda. Tu scrivi un numero di sei cifre (in notazione decimale). Poi lo scrivi di nuovo omettendo però una cifra, senza cambiare l'ordine delle altre cinque cifre. Poi addizioni fra loro i due numeri che hai scritto e annunci al mago Hoc il risultato che hai ottenuto: 201403. Il mago Hic è allora in grado di indovinare il primo numero che hai scritto. **Qual è?** Nota: un numero di cinque o sei cifre non comincia mai con zero.

10 - Il contagio (coefficiente 10)

Prima di lanciare un programma informatico, Giuseppe contamina un certo numero di caselle di una scacchiera 5x7 (per esempio, colorandole di rosso). Poi il computer esegue il programma simulando un contagio. Tappa, dopo tappa, ogni casella non contaminata adiacente (lungo un lato) a esattamente due caselle contaminate viene, a sua volta, contaminata. **Al minimo, quante caselle Giuseppe deve contaminare all'inizio perché le 35 caselle della scacchiera siano tutte contaminate dopo un certo numero di tappe?**

11 Il taxi (coefficiente 11)

Le vie della città della Matematica sono disposte a scacchiera regolare, in modo che ogni isolato ha la forma di un quadrato, il cui lato misura un ettometro (la larghezza delle vie deve essere trascurata nel calcolo). Un taxi parte dalla stazione, situata all'incrocio di due vie. Avanza per 2 ettometri in linea retta, poi svolta (a sinistra o a destra, in una via perpendicolare), avanza ancora per 1 ettometro, poi svolta e avanza in linea retta per 4 ettometri e svolta ancora. Poi avanza per 2 ettometri in linea retta, poi svolta e avanza ancora per 1 ettometro, poi svolta, e avanza in linea retta per 4 ettometri, e svolta ancora. E così via, avanzando sempre di 2, poi 1, poi 4 ettometri prima di svoltare. A un certo momento, prima di svoltare, il taxista si accorge di essere tornato alla stazione senza mai essere passato due volte dallo stesso luogo. **Al minimo, quanti ettometri ha percorso, dopo la partenza?**

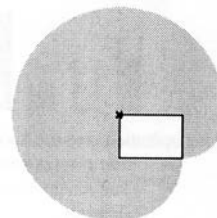
FINE CATEGORIA C1

12-I rumori (coefficiente 12)

Ciascuna fra 6 persone conosce un rumore diverso, e nessuna di essa conosce i cinque rumori diversi conosciuti dalle altre cinque. Esse si scambiano le informazioni relative a questi rumori nel corso di una serie di conversazioni in ognuna delle quali due persone si informano a vicenda a riguardo dei rumori di cui sono a conoscenza al momento della conversazione stessa. **Al minimo, quante conversazioni saranno necessarie perché ognuna delle 6 persone possa conoscere tutti e 6 i rumori?**

13 - La capra (coefficiente 13)

I muri di una capanna formano, in sezione orizzontale, un rettangolo la cui lunghezza è 1,5 volte la larghezza. La capra Bianchina può essere legata in un punto qualsiasi sul perimetro esterno della capanna, con una catena lunga come il semiperimetro della capanna stessa (larghezza più lunghezza). Si trascurano le altezze verticali e i nodi della catena.



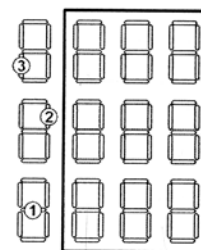
Se Bianchina è legata in un vertice del rettangolo (come rappresentato in figura, in cui il punto in cui essa è legata è indicato da una croce), allora la superficie su cui può muoversi (rappresentata dall'area grigia sulla figura) è di 88 m². **Se Bianchina fosse legata in un altro punto, quanto sarebbe, al minimo, la superficie su cui potrebbe muoversi?**

14 - Il segmenti divino (coefficiente 14)

Le cifre da "0" a "9" sono scritte illuminando al minimo 2 (nel caso di "1") e al massimo 7 (nel caso di "8") trattini.



All'esterno del riquadro, alla sua sinistra, i numeri cerchiati indicano quanti trattini sono accesi in quella posizione nei numeri scritti nella riga corrispondente. Sappiamo che nel riquadro:



sono scritte tutte le 10 cifre da "0" a "9", tranne una, nella colonna di mezzo, all'interno del riquadro (cifre delle decine), sono illuminati 13 trattini;

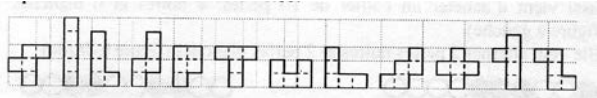
la somma dei tre numeri scritti nel riquadro è 2014.

Quali sono, dall'alto al basso, questi tre numeri? Nota: un numero di tre cifre non comincia mai con "0"

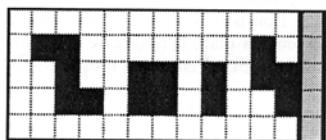
FINE CATEGORIA C2

15 - I pentamini dell'anno (coefficiente 15)

Supponi di avere dodici pentamini (pezzi a 5 caselle quadrate), delle forme rappresentate nella prima figura.



Questi possono essere ribaltati. All'inizio, piazziamo il pentamino a "T" (il secondo nella prima figura) all'estrema destra di una scacchiera 5x13: vedi la seconda figura (in cui questo pentamino è rappresentato in grigio).



Poi, a passo a passo, piazziamo uno degli 11 pentamini restanti sulla stessa scacchiera, senza occupare le caselle annerite, e senza sovrapporli, né totalmente, né parzialmente. In questo modo sarà possibile coprire l'intera scacchiera (caselle annerite a parte), con tutti i pentamini, salvo due. **Tracciate le linee di separazione corrispondenti.**

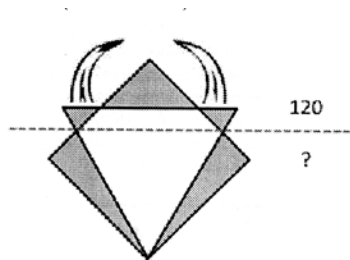
16 - Il solido dell'anno (coefficiente 16)

Il solido dell'anno è un poliedro convesso. La somma delle misure di tutti i suoi angoli, salvo uno, è di 2014 gradi. Ha tre facce triangolari. **Quanti vertici dai quali partono tre spigoli ha?** Nota: gli angoli addizionati sono quelli sulle facce poligonali. Un grado vale $n/180$ radianti.

FINE CATEGORIE LI E GP

17 - Il casco da Samurai (coefficiente 17)

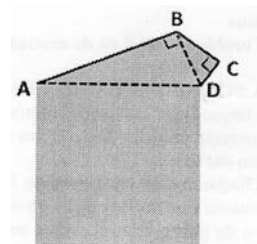
Il triangolo equilatero e il quadrato che appaiono nella figura (il primo con un vertice rivolto verso il basso e la base orizzontale e il secondo con una diagonale orizzontale e una verticale, parzialmente sovrapposto al primo) sono iscritti nello stesso cerchio e hanno, in basso, un vertice in comune.



I tre triangoli grigi sopra la linea orizzontale tratteggiata rappresentano in sezione verticale e vista frontale la parte superiore di un casco di samurai. Il totale delle loro aree è 120 cm^2 . I due triangoli grigi sotto la linea punteggiata orizzontale rappresentano le protezioni laterali del casco. **Qual è, in cm^2 approssimati al numero intero più vicino, se necessario, il totale delle aree di questo due triangoli?**

18 - Il camino del piroscavo (coefficiente 18)

La figura rappresenta, in sezione verticale e vista a sinistra (babordo), il camino di un piroscavo. A e D sono due vertici consecutivi di un quadrato la cui area è di 2014 decimetri quadrati. Gli angoli ABD e BCD sono retti.



Le distanze AB, BC, e CD sono strettamente decrescenti. CD non è nulla. Le tre distanze sono dei numeri interi di decimetri, e la loro somma è un quadrato perfetto. **Quali sono queste distanze, dalla più grande alla più piccola?** Nota: la figura non rispetta perfettamente il rapporto fra le distanze.

FINE CATEGORIE L2, HC