

FINALE INTERNAZIONALE
del 29° campionato: 27 agosto 2015

INIZIO DI TUTTE LE CATEGORIE

1 - La piramide (coefficiente 1)

Frugolo ha costruito una piramide, rappresentata in figura, con tre cubi gialli, quattro cubi neri e tre cubi bianchi, in modo tale che due cubi dello stesso colore non si tocchino mai. **Colorate le caselle che rappresentano i cubi neri.**



2 - Le rive del lago (coefficiente 2)

Sulle rive del Lago Mat ci sono sette case allineate. Ogni casa è abitata da almeno una persona. Il numero totale di persone che abitano due case vicine è al massimo cinque. **Qual è, al massimo, il numero di persone che abitano le sette case?**

3 - La costellazione (coefficiente 3)

Ognuno dei sette punti rappresenta una stella della costellazione di Mat-7. Le stelle sono collegate fra loro da segmenti immaginari che possono intersecarsi. Ogni stella è collegata allo stesso numero di altre stelle e nessuna è collegata a tutte le altre. **Quanti segmenti devono essere aggiunti a quelli già tracciati nel disegno?**



4 - Il sacchetto di biglie (coefficiente 4)

Marmorino e i suoi amici si sono divisi un sacchetto di biglie. Ognuno di essi ha ricevuto lo stesso numero di biglie. Se Marmorino e i suoi amici fossero stati cinque in meno, ognuno avrebbe ricevuto una biglia in più. Se il sacchetto avesse contenuto quindici biglie in meno, ognuno avrebbe ricevuto una biglia in meno. **Quante biglie conteneva il sacchetto?**

5 - L'arco Romano (coefficiente 5)

Nella Città della Matematica è stato costruito un grande arco, come quelli che celebravano le vittorie dei generali Romani. Una sua facciata è composta da venti placche quadrate tutte uguali fra loro. Ogni placca è costituita da tre triangoli neri e uno bianco (vedi il disegno). Ogni placca può essere orientata come si vuole, a condizione che quando due placche quadrate si toccano lungo un lato, i due triangoli la cui base è data da tale lato siano dello stesso colore. **Fra i ventiquattro triangoli che hanno un lato sul bordo dell'arco (indicato dal tratto continuo nel disegno) il numero di quelli neri è il più piccolo possibile. Qual è questo numero?**



FINE CATEGORIA CE

6 - I coinquilini (coefficiente 6)

Sei coinquilini dividono due bagni in cui passano rispettivamente 21, 20, 15, 14, 13 e 7 minuti ogni mattino. Ognuno di essi utilizza solo un bagno e ogni bagno è utilizzato da una sola persona alla volta. Ognuno deve essere pronto alle otto. **A che ora, al più tardi, occorre cominciare a occupare un bagno?**

7 - Dei 3 in più (coefficiente 7)

Scrivere un '3' in cinque caselle della griglia, a destra o a sinistra del numero già scritto, in modo da formare un nuovo numero di due o tre cifre. **Occorre farlo in modo da ottenere un quadrato magico, ovvero in modo che la somma dei tre numeri scritti in ogni linea e in ogni colonna sia sempre la stessa. Quale sarà questa somma?**

4	61	7
1	7	7
67	1	1

8 - La savana (coefficiente 8)

Nella Mat-savana vivono sette zebre, tredici iene e due leoni. Una iena può mangiare una zebra. Un leone può mangiare una iena o una zebra. Ma nella Mat-savana succedono cose strane:
- se una iena mangia una zebra, si trasforma in un leone;
- se un leone mangia una iena, si trasforma in una zebra;
- se un leone mangia una zebra, si trasforma in una iena.
Dopo qualche tempo si raggiunge una situazione di equilibrio: nessun animale può mangiare un altro. **Il numero di animali rimasti è il massimo possibile. Qual è questo numero?**

FINE CATEGORIA CM

PROBLEMI 9-18: ATTENZIONE! AFFINCHÉ UN PROBLEMA POSSA CONSIDERARSI COMPLETAMENTE RISOLTO OCCORRE INDICARE IL NUMERO DELLE SUE SOLUZIONI È DARE LA SOLUZIONE, SE VE NE È UNA SOLA, O DUE SOLUZIONI, SE VE NE SONO PIÙ DI UNA. PER TUTTI I PROBLEMI CHE POSSONO AVERE PIÙ SOLUZIONI, È PREVISTO LO SPAZIO PER SCRIVERNE DUE, MA È POSSIBILE CHE VE NE SIA UNA SOLA!

9 - Il formaggio (coefficiente 9)

In precedenza sull'etichetta di un formaggio era indicato un contenuto del 45% di materia grassa. Questa percentuale era calcolata sulla materia secca, senza tener conto dell'acqua. Ora il regolamento è cambiato: sull'etichetta dello stesso formaggio è indicato che tale formaggio contiene il 22% di materia grassa relativamente al prodotto finito (considerando sia la materia secca che l'acqua). Il formaggio pesa 270 grammi. **Quanto pesa l'acqua contenuta nel formaggio, in grammi arrotondati all'intero più vicino?**

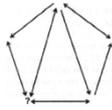
10 - Le due viste (coefficiente 10)



Il disegno rappresenta due viste di uno stesso cubo, composto da ventisette cubi più piccoli. Un numero pari di questi cubi sono neri, mentre gli altri sono bianchi. **Quanti sono i cubi neri?**

11 - Le nocciole (coefficiente 11)

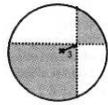
Cinque scoiattoli raccolgono un totale di 100 nocciole. Ognuno sta a guardia di una tana differente. All'inizio ogni scoiattolo porta in una sola tana tutte le nocciole di cui si occupa. Poi sceglie se trasportarle tutte in un'altra tana o ripartirle equamente fra altre tane (cioè trasportare lo stesso numero di nocciole in ognuna di queste tane). Le frecce nel disegno rappresentano tutti i trasferimenti di nocciole da una tana ad un'altra. Nessuno scoiattolo si cura di una nocciola raccolta da un altro. Alla fine il numero delle nocciole presenti in ogni tana rimane lo stesso rispetto al passaggio precedente. **Qual è il numero di nocciole nella tana in basso a sinistra nel disegno?**



FINE CATEGORIA C1

12 - La torta (coefficiente 12)

Vista dall'alto, una torta è un disco perfetto con un raggio di 13 cm. Alberto la divide in quattro parti con due tagli rettilinei e perpendicolari il cui punto di intersezione si trova a 3 cm dal centro. Sissi sceglie per sé le due parti opposte colorate in grigio nel disegno, mentre Alberto tiene per sé le altre due. **La differenza fra l'area totale delle parti scelte da Sissi e quelle tenute da Alberto è la maggiore possibile. Qual è questa differenza, espressa in cm² e arrotondata al numero intero più vicino?** Nota: la figura non rispecchia la soluzione del problema.



13 - Indovina il numero (coefficiente 13)

Un'operazione magica su un numero, la cui rappresentazione decimale non termina per la cifra '0', consiste nell'addizionarlo con il lo stesso numero, ma letto da destra a sinistra. Per esempio, un'operazione magica applicata a 2015 produce il numero 7117. Giovanni sceglie un primo numero e vi applica un'operazione magica in modo da ottenerne un secondo, poi ancora un'operazione magica su questo secondo numero in modo da ottenerne un terzo, e così via. Il sesto numero ottenuto da Giovanni in questo modo è 17347. **Qual è il primo numero scelto da Giovanni?**

14 - Il crittogramma (coefficiente 14)

Una stessa lettera rappresenta sempre la stessa cifra e due lettere diverse rappresentano due cifre diverse:

$$IAL \times NFE = FINALE$$

$$IEA \times LFN = FINALE$$

Tutte le cifre da '0' a '6' eccetto una sono rappresentate. **Quale numero è rappresentato da 'FINALE'?** Nota: 'F', 'I', 'L' e 'N' non rappresentano 0.

FINE CATEGORIA C2

15 - La sequenza dell'anno (coefficiente 15)

I termini di posto 1, 2, 3 e 4 di una sequenza S_1 sono rispettivamente: 2, 0, 1 e 5. I termini di S_1 di posto n , con n divisibile per cinque (ovvero i termini di posto 5, 10, 15, ...) formano una sequenza S_2 uguale a S_1 . Se si cancellano da S_1 tutti i termini di S_2 , i termini restanti formano una sequenza S_3 anch'essa uguale a S_1 . Ognuna delle tre sequenze è quindi:

2,0,1,5,2,2,2,2,2,0,2,0,2,0,1,2,0,1,2,5,

Potrete verificare che il termine di posto 2015 è 0. **Quale posto avrà il primo termine successivo diverso da 0?**

16 - La partizione del 29° campionato (coefficiente 16)

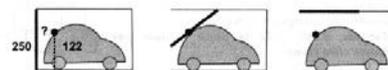
29				
			7	
29				
	3			
29	29	29	29	

Ognuna delle 36 caselle della griglia racchiusa dal tratto più spesso deve contenere uno e un solo numero. Supponiamo che la griglia sia composta da 8 parti, ognuna della quali sia formata da un certo numero di caselle, tutte connesse fra loro (ovvero tali che ognuna di esse condivide un lato con una delle altre). In particolare si avrà: una parte composta da una sola casella contenente il numero 1, un'altra parte composta da due caselle, ognuna delle quali contiene il numero 2, un'altra parte ancora composta da tre caselle, ognuna delle quali contiene il numero 3, e così via fino all'ultima parte, composta da otto caselle, ognuna delle quali contiene il numero 8. Ogni indizio scritto al di fuori della griglia indica la somma dei numeri delle caselle sulla riga o colonna corrispondente. Due caselle, contenenti i numeri 3 e 7, sono già scritte. **Indicate con una croce la casella che deve contenere il numero 1.**

FINE CATEGORIE L1 E GP

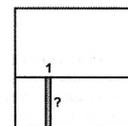
17 - La porta del garage (coefficiente 17)

La porta di un garage è basculante e non debordante. In posizione di chiusura misura 250 cm di altezza. Quando la porta si apre, le sue estremità inferiore e superiore si muovono su due linee rette ortogonali fra loro, rispettivamente verticale e orizzontale. Il punto nero rappresenta l'estremità dell'alettone posteriore della vettura. Supponiamo che, aprendosi, la porta passi da tale punto senza che ciò ostacoli la sua apertura. Tale punto è a 122 cm dal suolo. **A quale distanza della porta chiusa si trova questo punto?** Indica tale distanza in centimetri, arrotondandola al numero intero più vicino.



18 - La lottizzazione (coefficiente 18)

Un terreno di forma quadrata è diviso in quattro lotti, come in figura. Il perimetro del terreno è inferiore o uguale a 1000 metri. Le lunghezze dei lati dei lotti sono numeri interi di metri. Il rapporto fra la lunghezza e la larghezza dei tre lotti rettangolari rappresentati in bianco nella figura è lo stesso nei tre casi (è espresso da un numero razionale non necessariamente intero). La larghezza del lotto rappresentato in grigio è 1 metro. **Qual è la lunghezza in metri di tale lotto?** Nota: la figura non rispetta le proporzioni.



FINE CATEGORIE L2 E HC