

9 – Calcolo del valore di una radice con l’algoritmo di Newton

Abbiamo parlato tanto di radici, ma in realtà non ne abbiamo mai veramente calcolata alcuna. In effetti un metodo ricorsivo, per approssimazioni successive, che permette di calcolare le radici esiste e si basa su un algoritmo messo a punto da Newton.

Ad esempio, nel caso della radice quadrata di 2 si procede nel seguente modo:

- 1) si fissa un valore x_0 che elevato al quadrato resti minore della radice di 2, per esempio: 1;
- 2) si calcola un’approssimazione migliore x_1 applicando la seguente formula:

$$x_1 = x_0 - \frac{x_0^2 - 2}{2x_0^{2-1}} = 1 - \frac{1-2}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2} = 1,5$$

- 3) e, iterando il procedimento:

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1^2 - 2}{2x_1^{2-1}} = \frac{3}{2} - \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2}{2\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{12} = \frac{17}{12} = 1,41$$

Essendo la radice quadrata di 2 un numero irrazionale, questo procedimento non avrà mai termine e fornirà ad ogni passo un numero razionale che approssima sempre meglio la radice quadrata di 2.

In generale, indicato con n l’indice della radice, con a il radicando, con x_{i-1} un valore approssimato della radice cioè un numero che elevato a n , resti minore del radicando e con x_i il nuovo valore che si intende calcolare per ottenere una migliore approssimazione, la formula da applicare è la seguente:

$$x_i = x_{i-1} - \frac{x_{i-1}^n - a}{nx_{i-1}^{n-1}}$$

Il prof. Leonardo Sasso puntualizza:

“Si noti che quello esposto è una generalizzazione dell’antico algoritmo di Erone (I-II sec. d.C.) per il calcolo della radice quadrata.”