*032 Matematica

a Barcellona //

Liliana Curcio

Istituto statale d'arte sperimentale di Monza - Centro PRISTEM

[LA SCALA DELLA SAGRADA FAMILIA]





[LILIANA CURCIO]

È docente di Matematica e Fisica nell'Istituto Statale d'Arte Sperimentale di Monza. Insegna al Politecnico di Milano. Fa parte della redazione di Alice & Bob. È membro del coordinamento del Centro Pristem dell'Università Bocconi di Milano.

Barcellona è una delle mete più scelte per i viaggi di istruzione delle scuole superiori, a maggior ragione per quelle di indirizzo artistico. È una città magica e quasi esoterica dove le sorprese, la giocosità e il colore si percepiscono in ogni angolo e in ogni strada, soprattutto in quelle – per la verità molteplici – in cui si affacciano i lavori dell'architetto catalano Anton Gaudi.

Gaudi ha ricamato la città di Barcellona con le sue opere pazzesche, di grande apparente irregolarità e di eccessiva fantasia; opere che sembrano dettate dal caso, che potrebbero apparire assemblate con forme naturali senza alcuna regola e senza alcuna coerenza. Questa è almeno l'impressione di un occhio superficiale e inadeguato! In realtà, Gaudì costruisce con grande scientificità e rigore; le sue costruzioni trasudano formalizzazioni matematiche e geometriche evidenti se lo sguardo non si accontenta del primo impatto. A Barcellona la Matematica è in ogni angolo: negli splendidi archi parabolici del Collegio di Santa Teresa, di casa Milà e nelle parabole e nelle catenarie degli archi e delle coperture di quasi

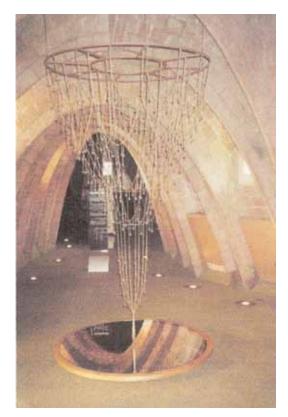
tutte le opere di Gaudi (possiamo ammirare alcuni di questi esempi nelle foto, che accompagnano questo articolo, di Gloria Croce, una studentessa della 4B dell'Istituto Statale d'Arte di Monza).

L'architetto utilizza fondamentalmente due curve matematiche: la *parabola* e la *catenaria* e ogni possibile combinazione tra queste due. Vediamone le caratteristiche, le differenze e le potenzialità riferendoci in particolare a due esempi: il *Collegio delle Teresiane* e la *Sagrada Familia*. Due architetture che presentano diverse forme matematiche in tutto il loro splendore.

La parabola e la catenaria sono, in realtà, due luoghi geometrici. Con il loro nome si intendono i grafici

Sotto, da sinistra: La Cattedrale del Mare; I modelli statici usati da Gaudì (le catene rovesciate...).

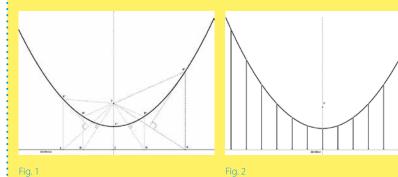




[LA PARABOLA E LA CATENARIA]

Conosciamo la parabola come "il luogo geometrico dei punti che hanno uguale distanza da un punto e da una retta". Il punto è detto fuoco e la retta si chiama direttrice. Per spiegare questi termini, sarebbe utile una indagine sintetica relativa alla generazione della parabola che è definita come la linea che si ottiene intersecando un cono circolare indefinito con un piano parallelo ad una delle rette che descrivono la superficie del cono (tali rette si chiamano generatrici).

Usando questa proprietà, è possibile disegnare il luogo geometrico (qui proponiamo un disegno fatto con Cabri 2, unitamente agli altri presenti in questo box, dal professor Roberto Di Martino) e successivamente notare che, se su tale curva agisce una forza peso, questa si distribuisce lungo la parabola in modo che gli sforzi risultino equamente distribuiti lungo la direttrice.



Dalla parabola è possibile descrivere geometricamente un'altra curva: la catenaria. Facciamo traslare e ruotare la parabola lungo una retta. Il fuoco della conica, durante questa trasformazione, descrive appunto la catenaria. È per questo motivo che la catenaria viene definita la "rolletta" della parabola: una delle rollette delle coniche!

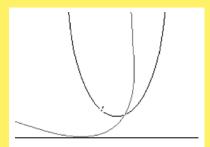
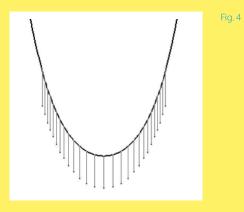


Fig. 3

La catenaria ha una proprietà molto importante dal punto di vista dell'equilibrio: soggetta ad un carico, distribuisce il peso uniformemente lungo la curva stessa (ogni punto è sottoposto allo stesso peso!).



È ovvio che la stabilità risulta rafforzata se viene utilizzata una curva ottenuta dalla combinazione di una parabola e di una catenaria insieme (è quello che accade sovente nella configurazione dei ponti sospesi).

Ma che cosa è la catenaria? Possiamo dire che è la configurazione secondo la quale si distribuisce un filo omogeneo, uniforme, soggetto alla sola forza peso. Dal punto di vista analitico, è il grafico della

funzione
$$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$
.

È semplice disegnare, in modo approssimato, tale grafico come media algebrica di due funzioni esponenziali semplici: $y = e^x e y = e^{-x}!$

Si ottiene così la curva disegnata nella Fig. 5. In Matematica, questa funzione si scrive nel seguente modo: y = Chx e ha il nome di *Coseno Iperbolico* di x.

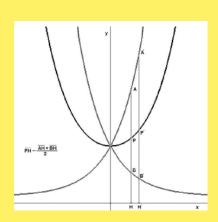
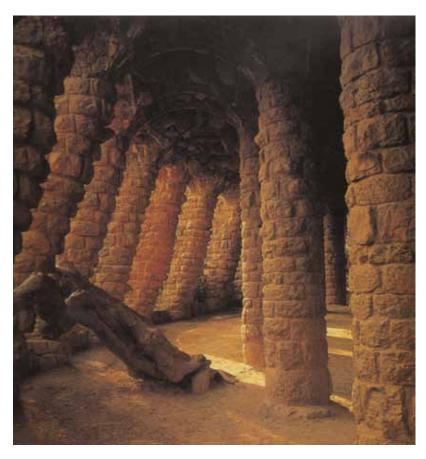
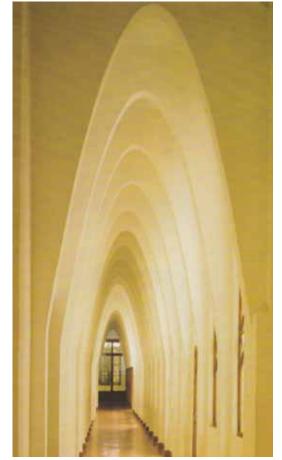


Fig. !







corrispondenti a quelle che in Matematica chiamiamo funzioni, esprimibili con la scrittura: y = f(x). Sono anche due configurazioni di grande stabilità dal punto di vista dell'equilibrio che addirittura – se combinate insieme – aumentano la resistenza alle sollecitazioni.

La grande innovazione che Gaudì introduce è quella della costruzione, attraverso l'uso combinato di questa due curve, di modelli statici dei quali controllava la stabilità progettandoli e costruendoli capovolti. Solo dopo aver concluso l'indagine, li raddrizzava e li utilizzava. A dire il vero, per tale pratica si trovano dei precedenti negli studi dell'ingegnere Poleni che, alla fine del Settecento, durante il restauro della cupola di San Pietro, utilizza la catenaria per controllare la stabilità dei costoloni della cupola. Anche Poleni utilizzava modelli capovolti, come farà molto dopo Gaudì negli studi per la realizzazione – ad esempio – della Sagrada Famiglia e della Cappella Güell. L'architetto catalano costruisce modelli con corde alle quali appende sacchetti di sabbia. A seconda della disposizione degli stessi, le corde assumono la configurazione di una parabola (se i sacchetti si distribuiscono uniformemente lungo la direttrice, cioè se i sacchetti presentano la stessa distanza da un piano orizzontale) oppure di una catenaria (se i sacchetti si distribuiscono uniformemente lungo la curva stessa).

Non possiamo in questo viaggio, tra le strade e i monumenti della città di Barcellona, dimenticare le splendide scale costruite da Gaudì nei suoi palazzi e

nella Sagrada Famiglia, il suo testamento culturale. Le scale di accesso alle torri della Cattedrale costituiscono uno splendido esempio di elicoide leggermente conico che percettivamente viene letta – sia dall'alto sia dal basso – come una splendida spirale logaritmica. La differenza, quasi mistica e con una lettura un po' romantica, è che (osservata dall'alto) la spirale è lucida e splendente, dal basso, è grezza e ruvida quasi a sottolineare la facilità con la quale una "strada in discesa" è accattivante e ammiccante e percorribile senza fatica mentre una "strada in salita" è faticosa e per nulla affascinante... tutto facilmente percepibile purché si guardi e si osservi con grande attenzione.

Fonte inesauribile di ispirazione per Gaudì, ovviamente, sono le forme naturali e la loro crescita.

"Mi domandarono perché facessi delle colonne inclinate. Risposi loro: "Per la stessa ragione per cui il viandante stanco, quando si ferma, si appoggia sul bastone inclinato, dato che se lo mettesse in senso verticale non riposerebbe"."











Sopra: I camini delle case Battlò e Milà.

È impossibile fare l'elenco di tutte le architetture presenti a Barcellona e contenenti forme matematiche o geometriche. Facendo una passeggiata nel parco Güell, si ammirano percorsi contorti che si adattano alla configurazione del terreno e delle collinette con gallerie, contrafforti e ancora splendidi archi. È naturale chiedersi come possa stare in equilibrio tutto ciò. Ancora una volta, la risposta ci viene fornita dallo stesso architetto che afferma: "Dice un antico proverbio: divide et impera (dividi e vincerai). Isolando un prisma da terra si ottiene un muro di rinforzo con una spesa minima. Bisogna scaglionarlo affinché la terra che pesa a gradoni favorisca la stabilità; si fanno passare delle condutture, delle condotte di sfogo, che svuotano il prisma; si toglie la terra con i cesti perché non causi una pressione obliqua e crei invece l'opportuno peso verticale, ecc. Lo stesso deve essere fatto con le volte: invece di pochi sostegni e grandi volte, [occorrono] molti sostegni che suddividano le volti in parti piccole, atte a evitare armature che ostacolano la costruzione: è il concetto dell'albero che sostiene, tutto presente nella Sagrada Familia. Coloro che hanno il senso della costruzione e desiderano supplire con l'astrazione scientifica si sforzano invano". Tutto il Parco Güell è "seminato" da strutture portanti come contrafforti naturali per sostenere e annientare spinte laterali. "La relazione fra l'elemento portante e quello portato, rispetto all'altezza e nel caso di una costruzione molto semplice, è già fissata. È necessario combinare gli elementi sporgenti con quelli rientranti, facendo sì che ad ogni elemento convesso, vale a dire collocato in piena luce, ne venga opposto uno concavo, ossia un'ombra; l'elemento luminoso deve essere accurato nei suoi particolari perché quello che conta è: l'area ombreggiata può non presentare dettagli".

In questa visita non possiamo neanche dimenticare le terrazze delle case (Battlò, Milà,...) arricchite da variopinti e simbolici camini e impianti di aerificazione costruiti attraverso forme geometriche quali paraboloidi e iperboloidi. "Il paraboloide è il padre di tutta la Geometria – spiega Gaudì ai suoi allievi – perché in esso ci sono la proiezione parallela (ortogonale oppure obliqua) e quella radiale (polare). L'iperboloide nasce facendo ruotare le due generatrici estreme attorno all'asse (la generatrice che si proietta in un punto è ottenuta con la proiezione radiale), e rendendo l'angolo costante anziché variabile (generatrice dello stesso sistema); se si gira una generatrice attorno a quella del sistema opposto, e la si mantiene in inclinazione costante si ottiene l'ellissoide".

Se Barcellona significa soprattutto le opere di Gaudì, possiamo affermare che non è solo Gaudì! Diversi secoli prima, fu costruita la *Cattedrale di Santa Maria del Mar*; una chiesa edificata nell'arco di cinquantacinque anni senza interruzioni e inau-

gurata nel 1384; una chiesa totalmente costruita e voluta dal popolo e per il popolo e sulla quale solo il popolo aveva autorità. Non ci sono state - per quanto detto – altre influenze architettoniche e questo la rende il massimo esempio del cosiddetto gotico catalano. I portatori di pietre, i bastaixos, giorno dopo giorno - sotto la mirabile direzione di Berenguer di Montagut - avevano innalzato la loro chiesa. "Berenquer di Montagut – scrive Falcones nel suo romanzo storico La Cattedrale del Mare - aveva calcolato in quale punto esatto andava collocata la chiave perché le nervature degli archi vi si congiungessero perfettamente. Aveva triangolato per giorni con corde e puntoni tra le dieci colonne, aveva gettato fili a piombo dal ponteggio e teso corde e corde che dai puntoni a terra andavano fino all'ultima impalcatura. Per giorni aveva scarabocchiato sulle pergamene, le aveva grattate per riscriverci sopra. Se la chiave non fosse stata collocata nel punto esatto, non avrebbe sostenuto gli sforzi degli archi e l'abside avrebbe rischiato di crollare. Alla fine, dopo mille calcoli e un'infinità di disegni, aveva segnato il punto esatto sulla piattaforma dell'ultimo ponteggio. Era lì che bisognava mettere la chiave, né un palmo più in quà né un palmo più in là.".

Per concludere, è doveroso ricordare la grande civiltà con la quale la città di Barcellona in pieno feudalesimo concedeva la libertà agli schiavi che riuscivano a fuggire, a rifugiarsi tra le sue mura e a lavorare liberi per un intero anno.

*037 Una vesprada a casa de George Eliot... //





[EMMA SALLENT DEL COLOMBO]

È laureata in Fisica, indirizzo Fisica Teorica, presso l'Universtità di Barcellona e ha conseguito il dottorato presso la stessa Università con una tesi in storia della fisica-matematica in Italia (fine XIX - inizio XX secolo). Svolge la sua attività didattica e di ricerca presso il Departament de Física Fonamental (UB). Da luglio 2008 è segretario della Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica (filiale del Institut d'Estudis Catalans).

Continuando con il progetto di proporvi almeno un testo in lingua originale, per questo numero di Alice & Bob abbiamo pensato di collegarci all'articolo di Liliana Curcio su Barcellona. Abbiamo quindi chiesto a Emma Sallent un suo contributo in spagnolo (per la precisione catalano) di cui riportiamo anche tutta la traduzione. L'argomento è un leggero aneddoto di storia della scienza e delle intersezioni tra la Matematica e la Letteratura. Il breve episodio raccontato ruota attorna alla figura della scrittrice George Eliot.

"... a Londres, es trobaven reunits al voltant de la cèlebre escriptora els homes més insignes d'Anglaterra en les ciències i en la lletres. Entre els convidats una sola dona present, una jove estudiant russa, de pas per Londres amb el seu marit. D'aparença menuda i fràgil, de modes tímids gairebé d'escolar, el cap gran en proporció a les espatlles primes. La front ampla envoltada de rics cabells castanys arrissats. Els ulls d'un verd gris brillaven de manera insòlita, i semblava que volguessin aferrar àvidament cada paraula pronunciada pels altres. (...). La conversa versava al voltant de la capacitat intel·lectual de la dona: i un senyor d'una certa edat contrastava fortament la tesi que la dona pogués produir mai res d'original en camp científic. La petita russa prengué llavors sobtadament la paraula, i defensà calorosament l'aptitud científica en la dona. Aquell senyor amb els seus arguments convincents havia aconseguit el silenci dels altres presents; però la jove estudiant demostrava una eloqüència tant enginyosa, tenia uns arguments tant sorprenents i originals, que el senyor callà amb un somriure gentil i li concedí la darrera paraula. George Eliot, llavors li preguntà, si sabia qui haqués convençut: Herbert Spencer".

Així Anne Charlotte Leffler, escriptora sueca, germana del matemàtic Gösta Mittag Leffler, casada amb el també matemàtic Pasquale del Pezzo, comença la seva nota necrològica sobre una altra matemàtica: Sonja Kovalevsky, publicada el 1891 als *Annali di Matematica*.

Havien estat molt properes a Stockholm on Mittag Leffler havia aconseguit cre-

ar per ella una càtedra, tot i les seves perplexitats, i les de llur mestre comú Weierstrass, convençut que mai la Universitat de Stockholm admetria una dona entre els seus professors. Kowalevsky havia escrit amb Leffler *La lluita per la felicitat*, obra teatral representada amb èxit, sostraient part del temps destinat al treball sobre el moviment del cos rígid guanyador del prestigiós premi Bordin de l'*Academie des Sciences*.

No sembla que la manca de reflexió en matèria científica pogués ser la raó que induís el filòsof positivista Spencer a defensar amb tanta convicció la manca de creativitat de les dones en aquesta disciplina... i potser només li va cedir el darrer mot per gentilesa. Què dir del silenci dels altres elements (tots?!) masculins de la reunió de l'amfitriona Mary Anne Evans, millor coneguda com George Eliot?

En aquest cas, però, «la petita russa» no tenia les de perdre: – més enllà de la retòrica – constituïa, ella mateixa, la demostració de les seves pròpies argumentacions!

[GEORGE ELIOT]

George Eliot è lo pseudonimo di Mary Anne (Marion) Evans, nata ad Arbury il 22 novembre 1819 e morta a Londra il 22 dicembre 1880. George Eliot è stata una scrittrice, una delle più importanti dell'epoca vittoriana. Usò Eliot come pseudonimo per assicurarsi che le sue opere fossero valutate seriamente. Preferì usare uno pseudonimo anche per difendere la propria vita privata dal giudizio pubblico, ed

evitare scandali riguardanti la relazione extraconiugale con George Henry Lewes.

I suoi romanzi sono quasi tutti ambientati nella provincia inglese. L'opera più famosa di Eliot è oil romanzo *Middlemarch* (Middlemarch: studi di provincia).

[UNA SERA A CASA DI GIORGIO ELIOT...]

"...a Londra erano adunati intorno alla celebre scrittrice gli uomini più insigni d'Inghilterra nelle scienze e nella letteratura. C'era una sola signora, una studentessa russa giovanissima che era a Londra di passaggio con suo marito. La russa avea le sembianze piccole ed esili, i modi timidi quasi di scolara, la testa grande rispetto alle spalle sottili, la fronte larga circondata di ricchi capelli ricciuti e di color castano. Gli occhi d'un verde grigiastro brillavano in modo insolito e parevano volessero afferrare avidamente ogni parola che dicevano gli altri. (...). La conversazione si volgeva intorno alla capacità intellettuale delle donne. Un signore di una certa età contrastava fortemente la tesi che le donne potessero mai produrre nulla di originale nel campo scientifico. La piccola russa allora prese d'un tratto la parola e si diede a difendere caldamente l'attitudine scientifica femminile. Quel signore era parso così stringente nei suoi argomenti che tutti avean taciuto innanzi a lui, ma la giovane studentessa sviluppava una eloquenza così ardente ed ingegnosa che quel signore si tacque alla sua volta con un sorriso gentile, e le lasciò l'ultima parola. Giorgio Eliot le domandò, se sapesse chi aveva convinto. – Herbert Spencer".

Così Anne Charlotte Leffler, scrittrice svedese, sorella del matematico Gösta Mittag Leffler, sposata con il matematico Pasquale del Pezzo, comincia il necrologio della, a sua volta, matematica Sonja Kovalevsky, pubblicato nel 1891 negli *Annali di Matematica*.

Erano state molto vicine a Stockholm dove Mittag Leffler era riuscito ad ottenere per lei una cattedra, nonostante le sue perplessità e quelle del comune maestro Weierstrass, convinto che mai l'Università de Stockholm avrebbe ammesso una donna fra i suoi professori. Kowalevsky aveva scritto con Leffler *La lotta per la felicità*, opera teatrale rappresentata con successo, sottraendo parte del tempo destinato al lavoro sul moto del corpo rigido, vincitore del prestigioso premio Bordin dell'*Academie des Sciences*.

Non sembra possibile che la mancata riflessione in materia scientifica sia stata la ragione che abbia indotto il filosofo positivista Spencer a difendere con tanta convinzione la mancata creatività della donna in questa disciplina... e forse le ha



Sopra: Un ritratto di George Eliot.

ceduto l'ultima parola soltanto per gentilezza. Che dire del silenzio degli altri elementi (tutti?!) maschili nella riunione dell'anfitrione Mary Anne Evans, meglio nota come George Eliot?

In questo caso, però, «la piccola russa» non aveva la mano perdente: – al di là della retorica – costituiva, essa stessa, la dimostrazione delle proprie argomentazioni!

////////:)