

# Dalle mani alle idee

Alessandra Gamba

Sofia Sabatti

Tra scuola e società:  
la sfida di insegnare matematica

Bologna, 5 ottobre 2019

# Apprendere / insegnare la matematica

LABORATORIO DI MATEMATICA...

È fondamentale:

- ◇ manipolare
- ◇ sperimentare
- ◇ comprendere
- ◇ fissare

© Università degli Studi di Milano - Centro "matemadiaz"





# Manipolare

Toccare,  
spostare,  
utilizzare...

È l'avvio  
di ogni  
situazione,  
ma non è  
sufficiente  
per fare  
matematica.



# Sperimentare: esperienza di pensiero

Controllare,  
provare,  
tentare,  
verificare...



Da un toccare  
casuale, a un agire  
finalizzato ad uno scopo.

Dalla scelta per caso (andare a tentoni) all'imparare  
a cercare, confrontandosi con dubbi e insicurezze,  
utilizzando strumenti, discutendo e argomentando.

# Comprendere

La matematica è un'attività interna all'individuo, che richiede di

osservare,

riflettere,

collegare,

ragionare,

parlare,

descrivere,

classificare,

rappresentare,

stimare,

contare,

misurare,

congetturare,

verificare,

generalizzare,

giustificare,

argomentare,

convincere...



# La continuità...

... assomiglia più  
ad una scala a chiocciola,  
che ad una scala a pioli!



# Comprendere

La matematica è un'attività interna all'individuo, che richiede di

osservare,

riflettere,

collegare,

ragionare,

parlare,

descrivere,

classificare,

rappresentare,

stimare,

contare,

misurare,

congetturare,

verificare,

generalizzare,

giustificare,

argomentare,

convincere...

# Contare

Occorre utilizzare un **metodo** per indicare attraverso un numero una quantità.

**contare**



[www.matematica.it](http://www.matematica.it)



# Costruiamo il 100

---

Come possiamo ottenere il numero 100 sommando due numeri di due cifre, usando tutte cifre diverse?



**contare**

Cerchiamo tutte le coppie possibili, colorandole in una tabella dei primi cento numeri.

Organizzate il vostro lavoro in modo da essere sicuri di aver trovato tutte le possibili coppie.

**le mani**

All'inizio eravamo partiti a lavorare per tentativi guardando la casa del 100;  
poi abbiamo capito che dovevamo usare una strategia.  
Osservando la casa

**le idee**

abbiamo eliminato i numeri della prima e ultima riga, i numeri tondi, i numeri gemelli e quelli della colonna con 5 alle unità

<del>1</del>	<del>2</del>	3	4	<del>5</del>	6	7	8	9	<del>10</del>
<del>11</del>	<del>12</del>	13	14	15	16	17	<del>18</del>	<del>19</del>	20
21	<del>22</del>	<del>23</del>	24	25	26	<del>27</del>	<del>28</del>	29	30
31	32	33	<del>34</del>	35	<del>36</del>	<del>37</del>	38	39	40
41	42	43	44	45	<del>46</del>	47	48	49	50
51	52	53	<del>54</del>	55	<del>56</del>	57	58	59	60
61	62	<del>63</del>	<del>64</del>	65	66	<del>67</del>	68	69	70
71	<del>72</del>	<del>73</del>	74	75	76	77	<del>78</del>	79	80
<del>81</del>	<del>82</del>	83	84	85	86	87	<del>88</del>	<del>89</del>	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100





abbiamo eliminato  
i numeri che fanno  
9 e 10 con le cifre

**le idee**

$14 + 86 = 100$	$24 + 76 = 100$
$16 + 84 = 100$	$26 + 74 = 100$
$17 + 83 = 100$	$29 + 71 = 100$
$31 + 69 = 100$	$41 + 59 = 100$
$32 + 68 = 100$	$42 + 58 = 100$
$38 + 62 = 100$	$43 + 57 = 100$
$39 + 61 = 100$	$47 + 53 = 100$
$51 + 49 = 100$	$48 + 52 = 100$
$52 + 48 = 100$	$49 + 51 = 100$
$53 + 47 = 100$	$61 + 39 = 100$
$57 + 43 = 100$	$62 + 38 = 100$
$58 + 42 = 100$	$68 + 32 = 100$
$59 + 41 = 100$	$69 + 31 = 100$

# Le scatoline

All'inizio il gioco sta tutto nella manipolazione (nella scatolina che sta sopra altre due, bisogna inserire un numero di sassolini che sia la somma di quelli presenti nelle due su cui si appoggia).





Poi si invitano i bambini a formulare delle **ipotesi** e a trovare delle **regole**.



Se cambio posto alle scatoline che sono al piano terra, cambia qualcosa nei numeri ai piani superiori?





“Cambiando i numeri del primo piano è una catena e allora i risultati sono cambiati perché se il 5 lo metti in mezzo viene più alto il risultato dell'ultimo piano”.



**le idee**

# Il domino

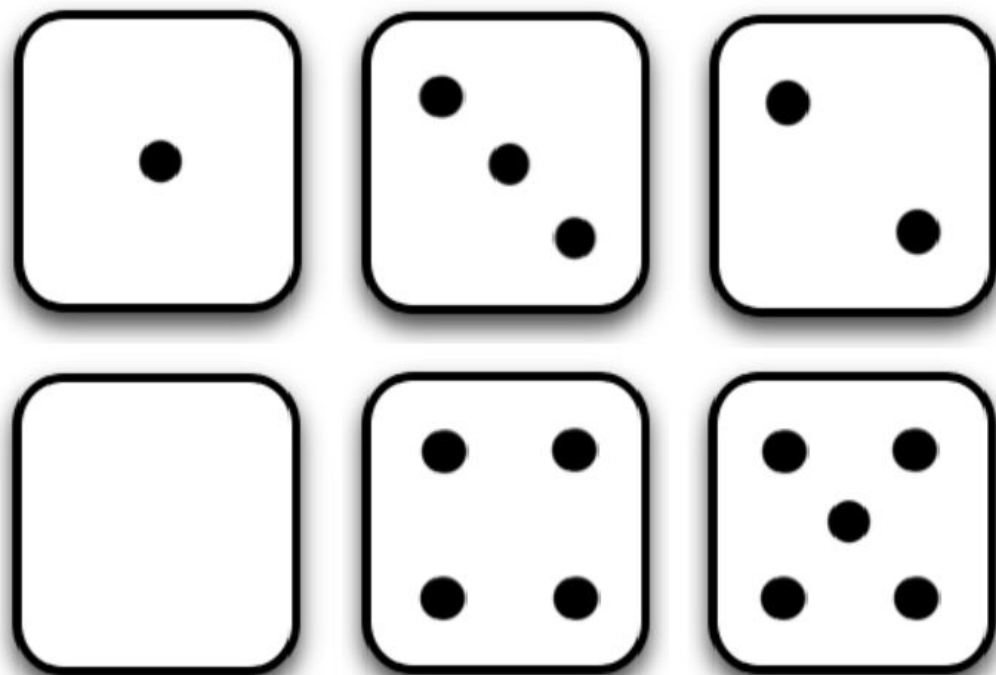
---

- ◇ Il gioco del domino è formato da quadrati combinati due a due per formare una tessera.
- ◇ Ogni quadrato può portare da 0 a  $n$  punti.
- ◇ Non è importante la posizione del quadrato, quindi le combinazioni 1; 6 e 6; 1 si riferiscono allo stesso pezzo.
- ◇ Ogni gioco è formato da tutte le tessere diverse possibili.
- ◇ Quanti pezzi sono previsti per un domino da 0 a  $n$  punti?



**contare**





Ai bambini vengono consegnati i biglietti per la costruzione delle tessere in gran quantità. Dopo una ricerca casuale e confusa, diventa necessario organizzare il proprio lavoro per contare se sono state trovate tutte.

# Le parole dei bambini (Matteo Pasotti)

Tommaso e Paolo: “Abbiamo formato prima le coppie uguali, poi quelle diverse”.

Yahia e Ludovico: “Uno gira la tessera e l’altro ne gira un’altra. Poi scriviamo la combinazione su un foglio”.

Camilla e Elisa: “Le abbiamo pescate ad occhi chiusi e formato le coppie”.

Enzo e Mattia: “Facevamo delle prove e poi disegnavamo”.

Adrian, Sveva, Greta e Ayanna: “Scelgo una tessera, poi ne sceglie una il mio compagno e poi le scriviamo.

Dario e Edoardo: “Anche senza usare le tessere abbiamo formato le varie combinazioni e tolto quelle al rovescio”.

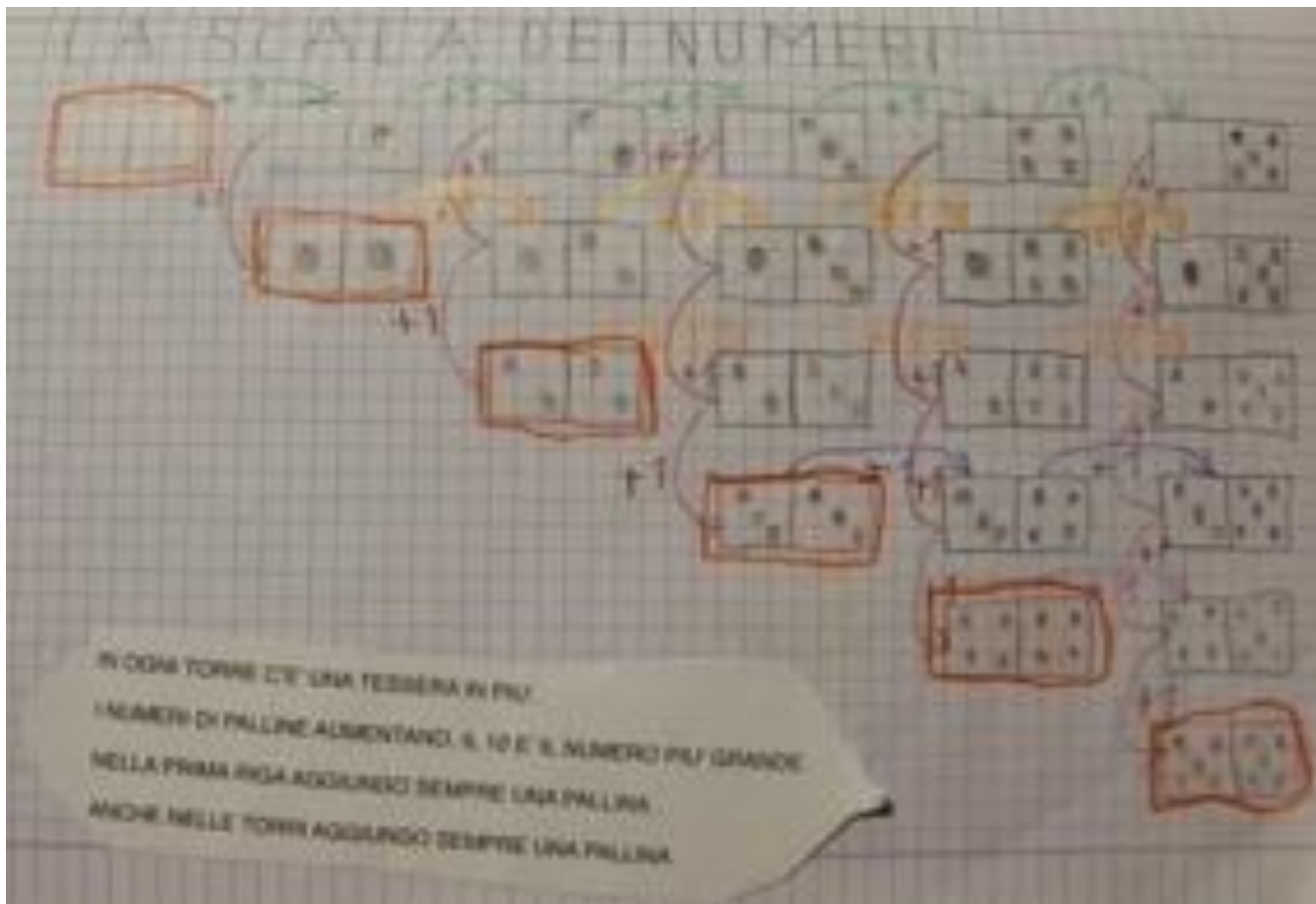
Alice e Martina: “Ad un certo punto non sapevamo dove eravamo arrivate”.



**le idee**

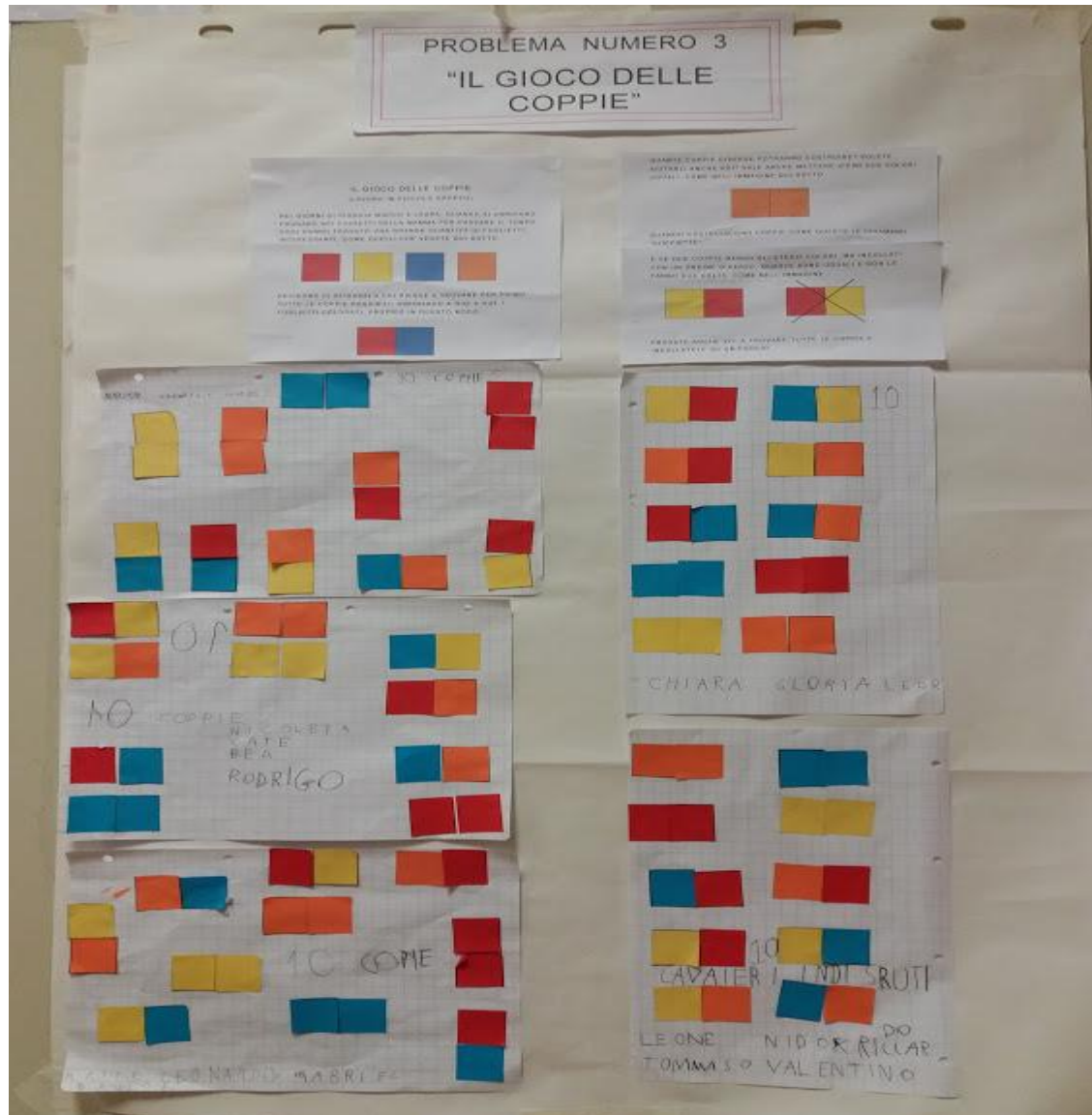
# Mettere in ordine (Anna Magagnin)

“In ogni torre c'è una tessera in più.  
I numeri di palline aumentano. Il 10 è il numero più grande.  
Nella prima riga aggiungo sempre una pallina.  
Anche nelle torri aggiungo sempre una pallina.”



**le idee**

# Nuove idee (Elena Sallustio)



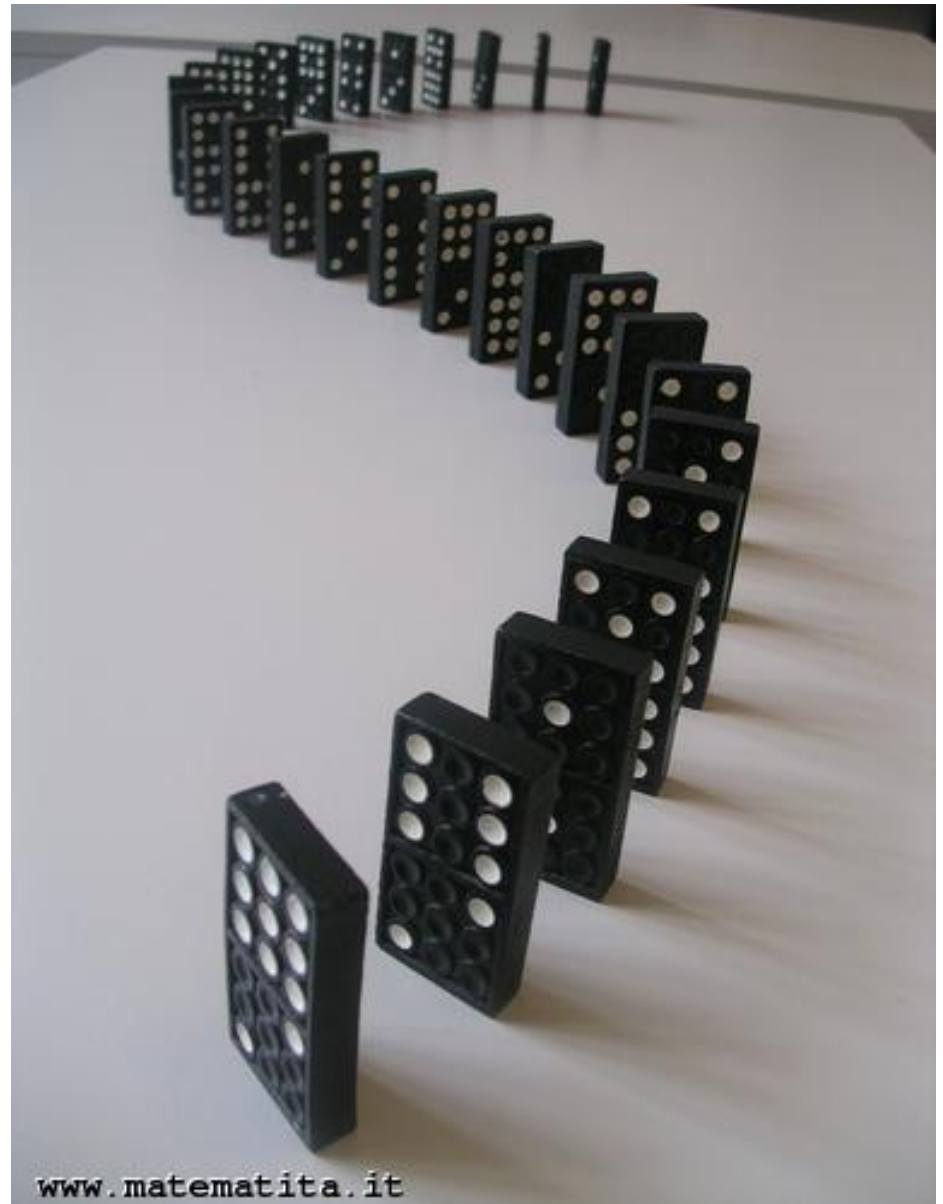
Scoperta la regola, non è difficile inventare un gioco del domino tutto nostro a colori.

**le idee**



Per i ragazzi più grandi:

Se doveste costruire un domino sulle cui tessere compaiano i numeri da 1 a 9, quante tessere dovranno esserci in una scatola completa?



# Alla ricerca dei pentamini

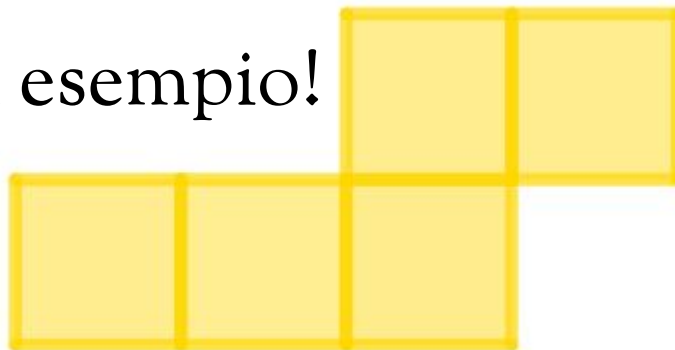
---

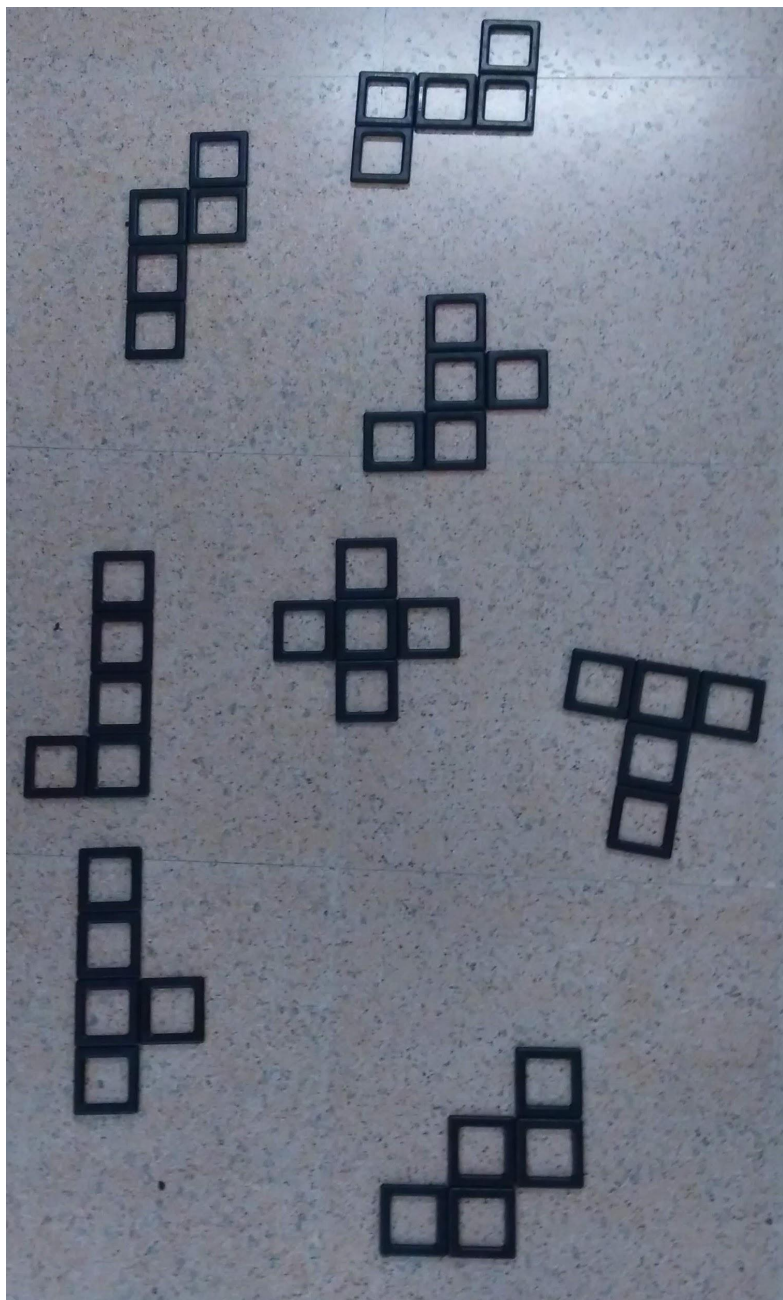
Avete a disposizione tanti quadrati, tutti della stessa grandezza.

Cercate di trovare tutte le forme possibili che si possono ottenere assemblando 5 quadrati (in modo che si attacchino per un lato).

Trovate un modo che vi permetta di non dimenticare nessuna delle forme possibili.

Ecco un esempio!

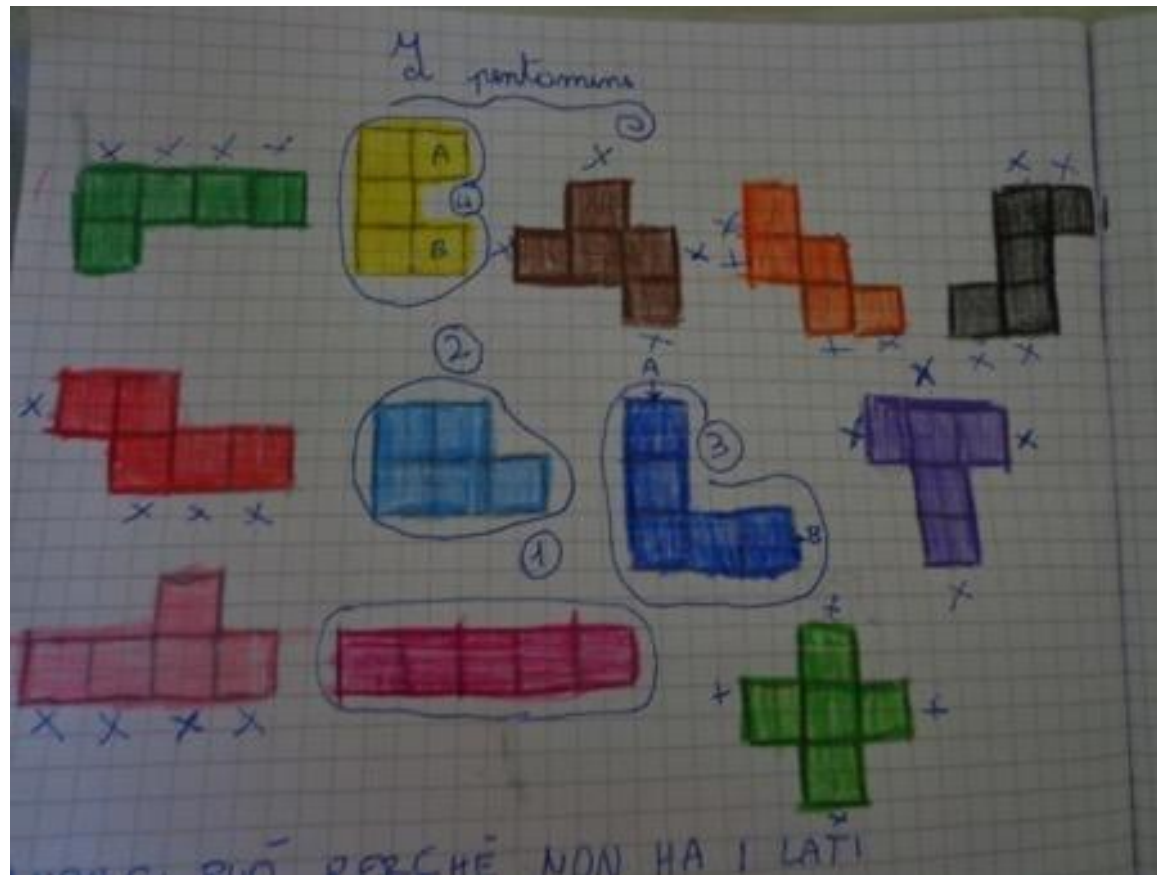




Quando avete completato  
il vostro lavoro,  
rappresentatelo  
su un foglio.

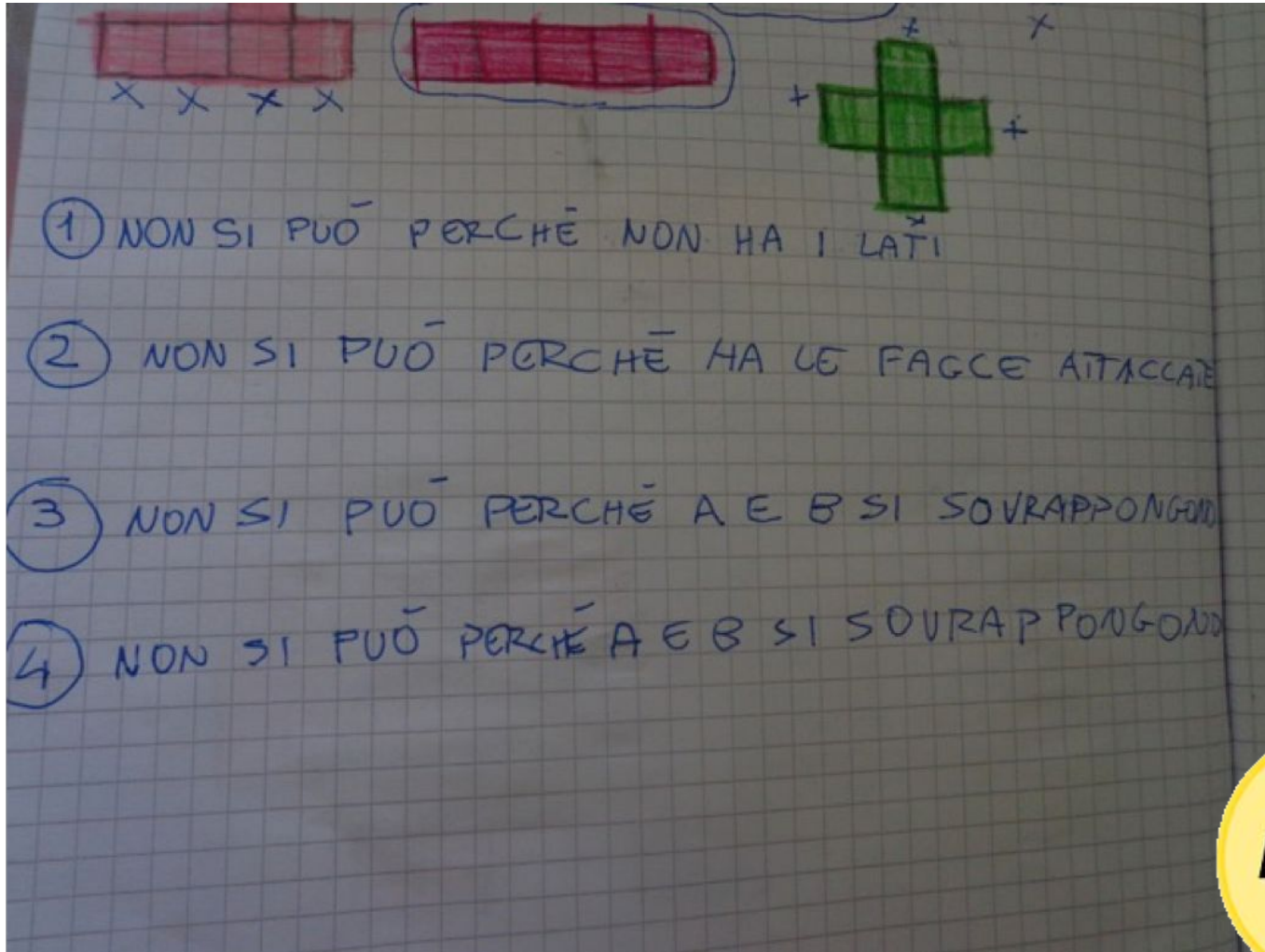


Osservate i pentamini che avete ottenuto:  
con quali non è possibile costruire un  
“cubo scoperchiato”?  
Spiegate perchè.





# I bambini argomentano.



**le idee**

Ora che avete trovato i pentamini dai quali è possibile ricavare un cubo “scoperchiato”, trovate dove sia possibile incollare una sesta faccia che permetta di chiudere il cubo.

Attenzione: non è possibile tagliare o piegare le forme; dovete prendere le vostre decisioni solo ragionando sulla figura disegnata.

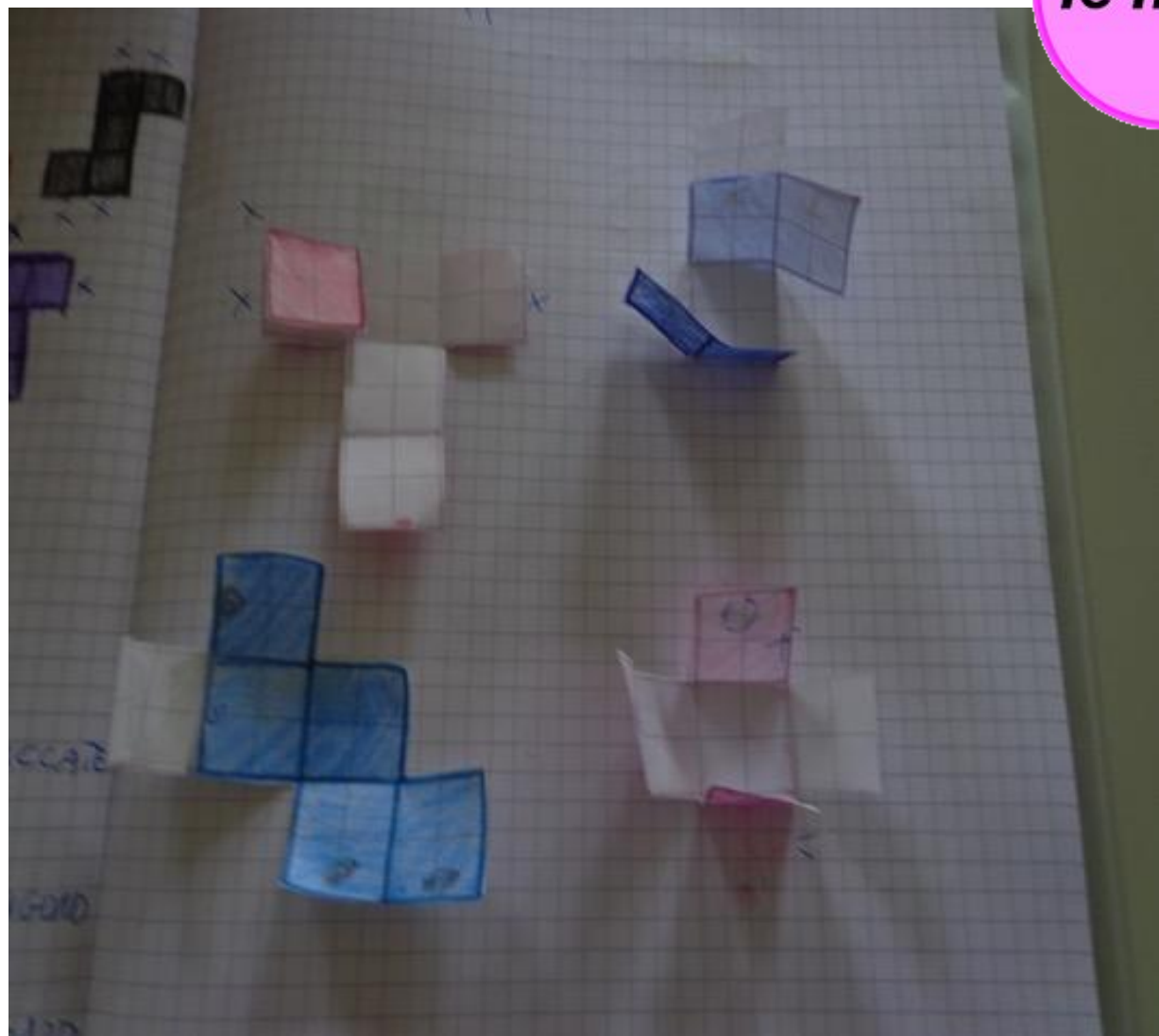
Al termine del vostro lavoro, potrete verificarne la correttezza provando con i modelli



**le idee**

# Ed ecco la verifica!

***le mani***



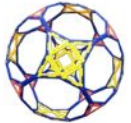
# Sgabelli cubici

---



Problemi per matematici in erba

<https://www.problemi.xyz>



---

## Sgabelli cubici

A scuola sono arrivati un gran numero di cubi, da usare come sgabelli per una scuola materna; abbiamo a disposizione due colori, il giallo e il blu, e vogliamo colorare i cubi in modo tale che ogni faccia sia tutta dello stesso colore.

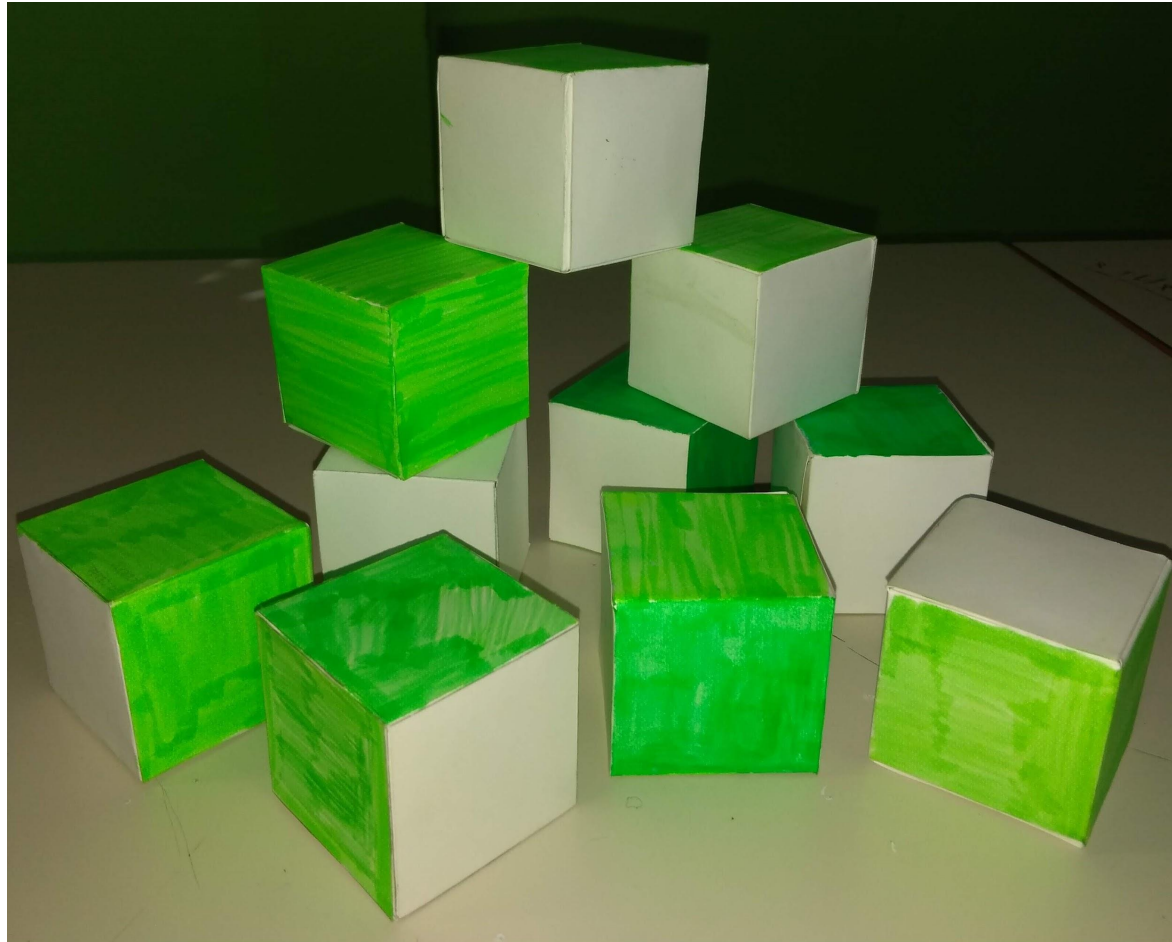
In quanti modi diversi li possiamo colorare?

A bright green circle with a thick border, containing the word "contare" in a bold, black, sans-serif font.

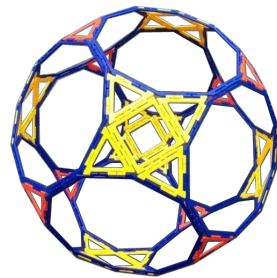
**contare**



Vorremmo che, oltre a dirci il numero, ci spiegaste anche come avete fatto a ottenerlo,



come se lo doveste raccontare a un vostro compagno che non ha lavorato con voi a questo problema.



# Prismi e piramidi



Innanzitutto  
dobbiamo  
riconoscerli!





Innanzitutto  
dobbiamo  
riconoscerli!



Sapreste immaginare, oppure costruire:

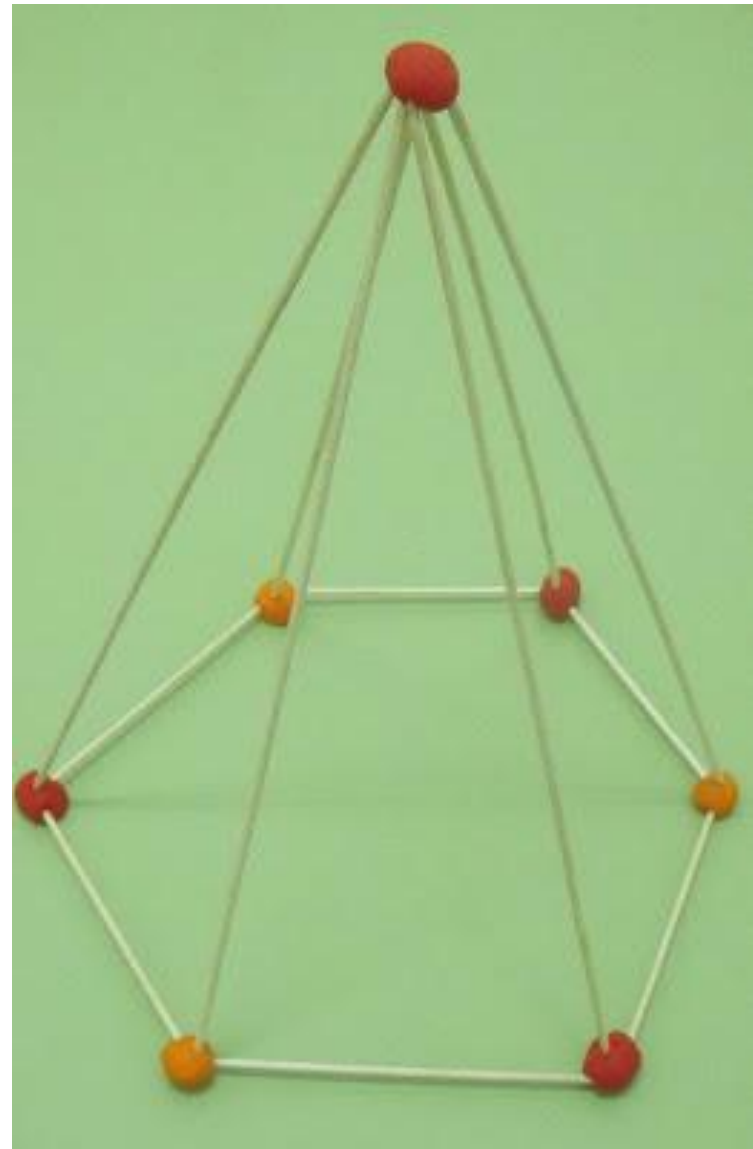
- ◇ una piramide con 5 facce? un prisma con 5 facce?
- ◇ una piramide con 9 vertici? un prisma con 9 vertici?
- ◇ una piramide con 15 spigoli? un prisma con 15 spigoli?
- ◇ un poliedro che abbia lo stesso numero di facce e di vertici?
- ◇ un poliedro con 20 spigoli? uno con 21 spigoli? uno con 100 spigoli? uno con 99 spigoli?





Se la base di una **piramide** ha  $n$  lati,  
allora la piramide ha...

- ◇ ... spigoli;
- ◇ ... facce;
- ◇ ... vertici.



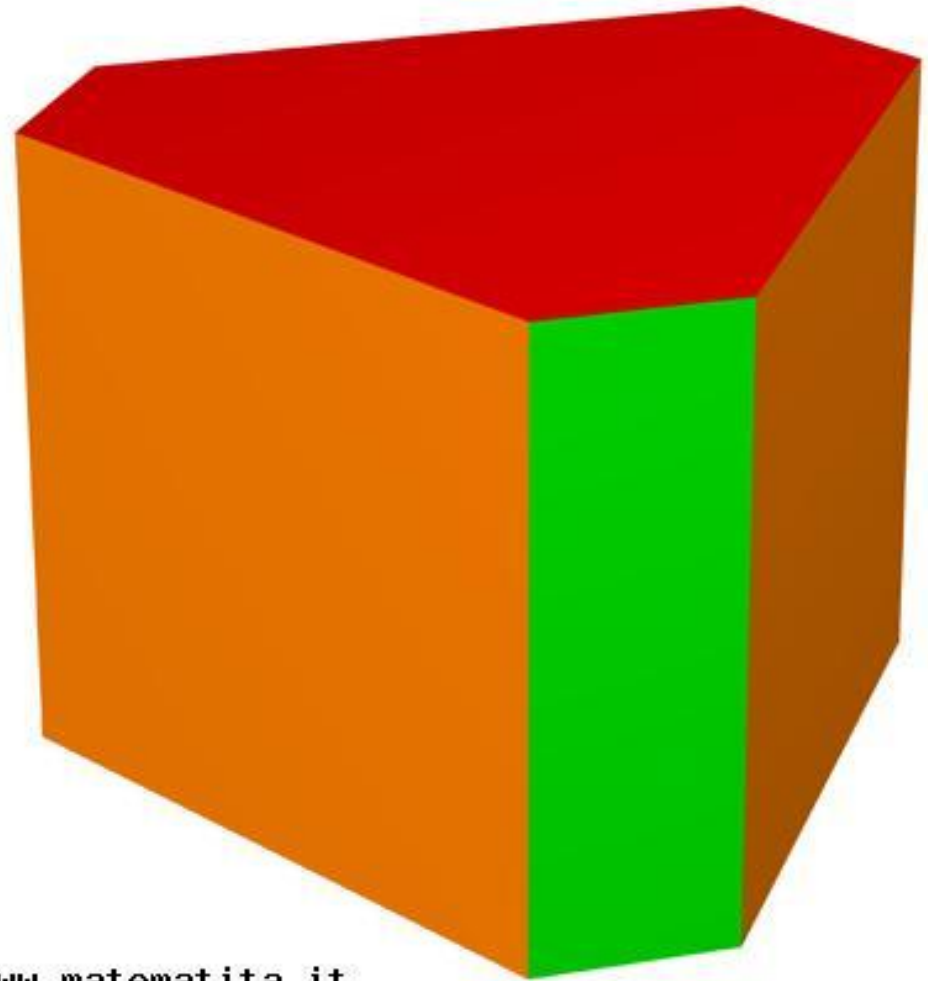
Se la base di una **piramide** ha  $n$  lati,  
allora la piramide ha...

- ◇  $2n$  spigoli;
- ◇  $n+1$  facce;
- ◇  $n+1$  vertici.



Se la base di un **prisma** ha  $n$  lati,  
allora il prisma ha...

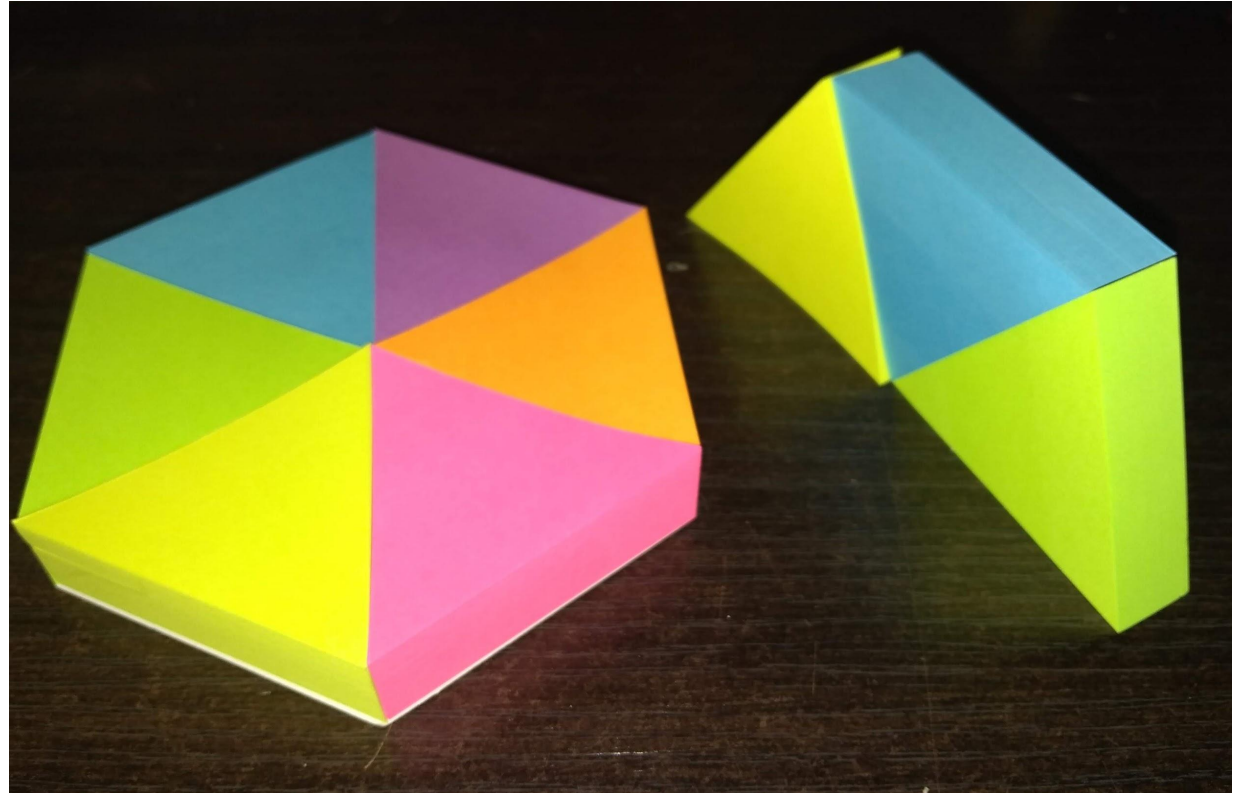
- ◇ ... spigoli;
- ◇ ... facce;
- ◇ ... vertici.



[www.matematita.it](http://www.matematita.it)

Se la base di un **prisma** ha  $n$  lati,  
allora il prisma ha...

- ◇  $3n$  spigoli;
- ◇  $n+2$  facce;
- ◇  $2n$  vertici.





# Facce, spigoli, vertici



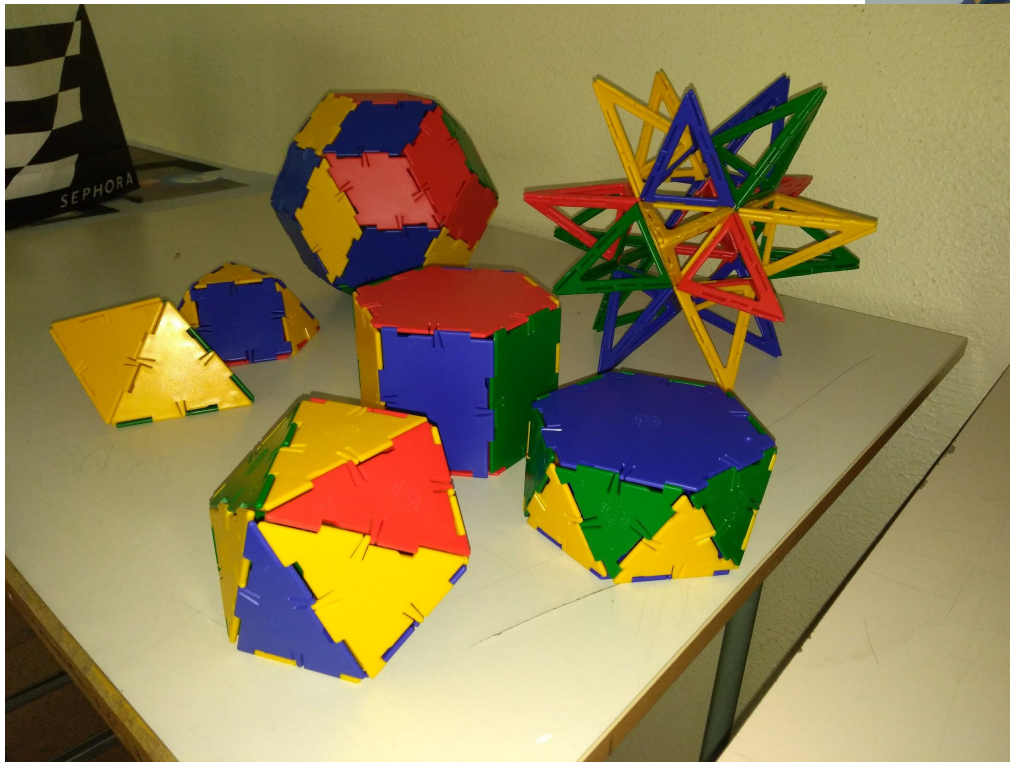
***le mani***

# Costruiamo dei poliedri in cartoncino





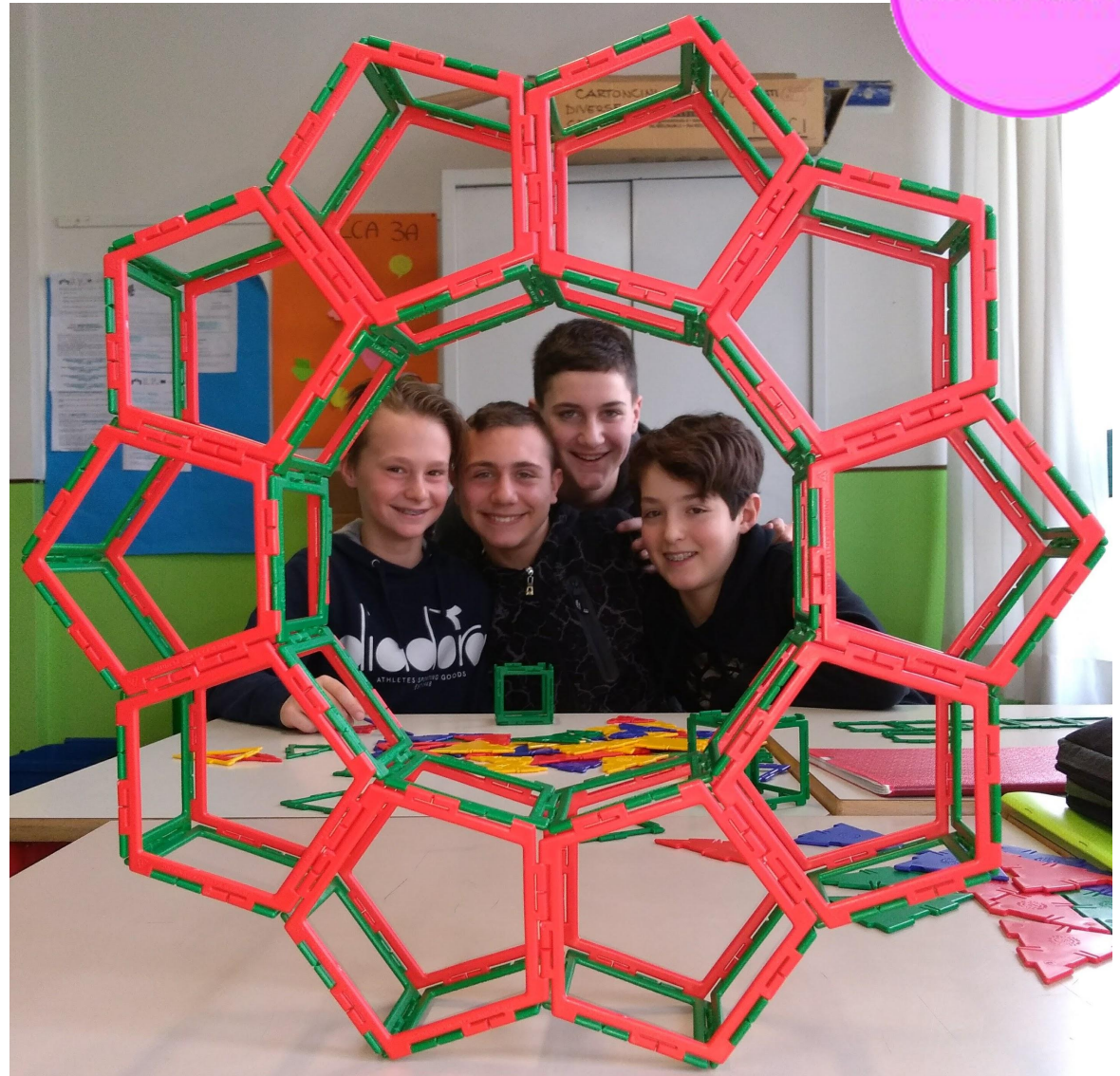
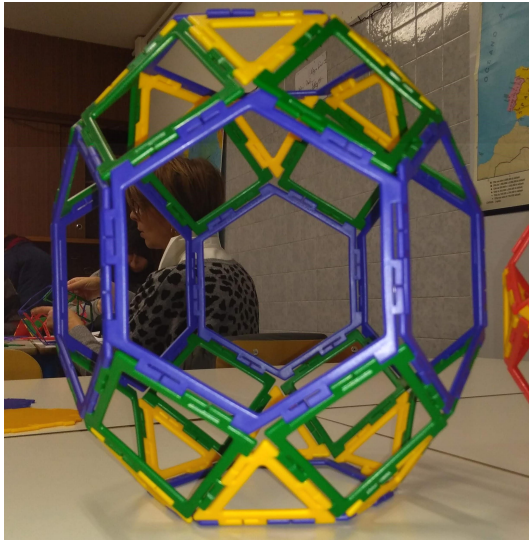
# Costruiamo dei poliedri con il polydron





# Costruiamo dei poliedri con il polydron

*le mani*



[www.matematita.it](http://www.matematita.it)



Vogliamo contare il numero di facce, di spigoli e di vertice di ciascun poliedro che abbiamo costruito.

Si tratta solo di *contare*, però...



- ◇ è facile perdere il conto!
- ◇ se conosco quante e di che tipo sono le facce, posso ricavare il numero degli spigoli?
- ◇ se so quante e di che tipo sono le facce e se in ogni vertice arriva lo stesso numero di facce, posso ricavare il numero dei vertici?



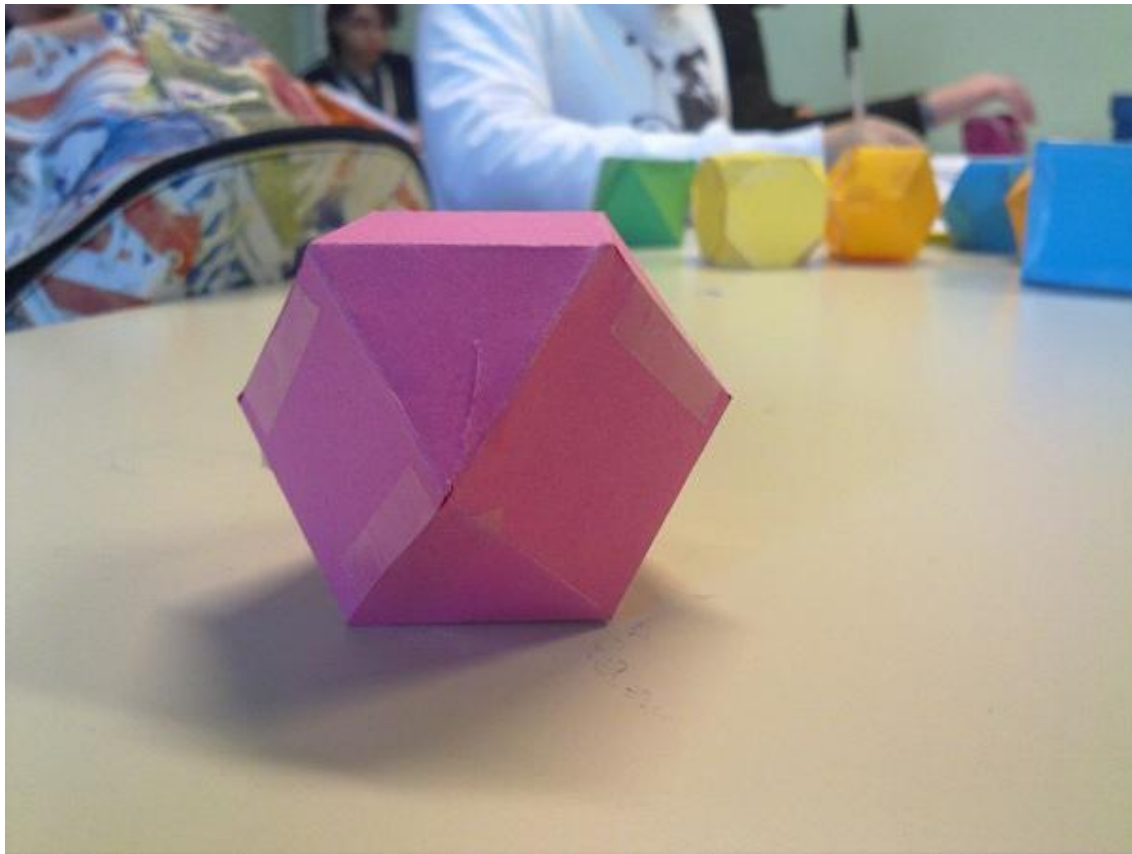
20 facce esagonali  
12 facce pentagonali

$$F = 20 + 12 = 32$$

$$S = (20 \times 6 + 12 \times 5) : 2 = 90$$

$$V = (20 \times 6 + 12 \times 5) : 3 = 60$$





6 facce quadrate  
8 facce triangolari

$$F = 6 + 8 = 14$$

$$S = (6 \times 4 + 8 \times 3) : 2 = 24$$

$$V = (6 \times 4 + 8 \times 3) : 4 = 12$$



# Grazie!



**Alessandra Gamba - [ale.gamba3@gmail.com](mailto:ale.gamba3@gmail.com)**

**Sofia Sabatti - [sofia.sabatti@gmail.com](mailto:sofia.sabatti@gmail.com)**