Problem posing e problem solving nella scuola dell'obbligo

Marzia Baroni* - Cinzia Bonotto**

* Istituto Comprensivo di Peschiera del Garda
**Dipartimento di Matematica - Università di Padova

"*Matematica in classe 2015*"
Genova, 23-25 ottobre 2015

Difficoltà nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica: motivazioni

Spesso questa disciplina viene presentata come

una sequenza di nozioni, procedure ed algoritmi

spesso slegati tra di loro, senza alcun nesso, senso o motivazione.

Manca poi un vero raccordo tra gli ordini scolastici per cui spesso non si sfrutta adeguatamente quanto appreso (e/o come è stato appreso, anche perche sovente lo si ignora) negli ordini scolastici precedenti

Difficoltà nel processo di insegnamento/apprendimento della matematica: motivazioni

Un'altra causa è stata identificata nella

separazione

fra

le pratiche di insegnamento e di apprendimento della matematica scolastica

la ricchezza di esperienze che gli alunni maturano al di fuori della scuola mentre “*il potere cognitivo, le capacità di imparare e le attitudini all’apprendimento vengono incrementate mantenendo l’ambiente dell’apprendimento legato al contesto culturale. ... È ben documentato il fatto di bambini e adulti che riescono “matematicamente” bene nel loro ambiente non scolastico, a contare, misurare, risolvere problemi e giungere a delle conclusioni usando arti e tecniche [**tics**] volte a spiegare, comprendere, far fronte al loro ambito [**mathema**], che hanno imparato nel loro ambiente culturale [**ethno**]*”, D’Ambrosio [1995].

SITUAZIONE ATTUALE

Nella usuale prassi scolastica il processo di legare la matematica scolastica con la realtà extra-scolastica è ancora sostanzialmente delegato ai classici

problemi a parole

In realtà, come documentato anche nella letteratura internazionale, i problemi a parole spesso

- contribuiscono ad alimentare l'idea di una separazione fra la matematica scolastica e quella extrascolastica;

- favoriscono una sospensione nell'attribuzione di significato (" a suspension of sense-making", Schoenfeld, 1991);

- generano una esclusione di considerazioni di tipo realistico; gli studenti tendono ad ignorare aspetti rilevanti e plausibili della realtà a loro familiare e ad escludere le loro conoscenze extrascolastiche;

- non sviluppano negli alunni la capacità di modellizzazione matematica (di riconoscere ad esempio quando e come usare le conoscenze disciplinari per affrontare e risolvere problemi in situazioni pratiche del mondo reale).

La causa è dovuta principalmente a

- al carattere stereotipato dei problemi, presenti nei libri di testi più frequentemente adottati a scuola (Nesher, 1980; Wyndhamn & Säljö, 1997),

- al modo e al contesto in cui essi vengono presentati, dovuti alla cultura scolastica corrente sulla risoluzione dei problemi matematici ("*classroom climate*", Gravemeijer, 1997),

- all'atteggiamento degli insegnanti nei confronti della matematica (Verschaffel, De Corte, & Borghart, 1997; Bonotto & Wilczewski, 2007).

Infine la pratica dei problemi a parole è relegata alle attività in classe, ha cioè un suo senso ed una collocazione temporale e spaziale solo all'interno della scuola; raramente gli studenti incontreranno questo tipo di attività fuori dell'ambito strettamente scolastico.

"*Il contesto* [del problema del macellaio, n.d.r.] *è il libro di testo, piuttosto che la realtà, ovvero, in altri termini, dà un'immagine pseudoisomorfa del mondo. Nel contesto del libro di testo ogni problema ha una sola soluzione: non vi è posto per la realtà, con i suoi problemi insolubili, oppure che ammettono più soluzioni. Si suppone che lo scolaro scopra i pseudo-isomorfismi considerati dall'autore del libro di testo, e risolva i problemi, che si presentano come se fossero collegati con la realtà, per mezzo di questi pseudo-isomorfismi. Non vale forse la pena di indagare se e come questa didattica alleva gli atteggiamenti contrari alla matematica, e come mai le reazioni dei ragazzi contro questa deformazione mentale sono così varie?*", Freudenthal, 1994.

Tutto questo fa emergere una differenza sulla funzione dei problemi a parole nella educazione matematica.

I ricercatori in didattica della matematica e gli estensori di molti nuovi curricula, tra cui quello italiano,

collegano i problemi a parole alle attività di

problem solving

modellizzazione matematica

Gli insegnanti generalmente riconoscono ai problemi a parole un altro ruolo, e cioè quello di essere sostanzialmente degli

ESERCIZI

nelle quattro operazioni fondamentali.

Questo ruolo ha pure una sua giustificazione ed una ragionevole collocazione all'interno dell'insegnamento della matematica, ma certo non quello

di favorire un processo

di matematizzazione e di modellizzazione del reale.

Se si vuole raccogliere l’invito presente in molti documenti nazionali

“… *l’insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l’allievo, all’uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l’interpretazione del reale, non unicamente come bagaglio di nozioni*” (Matematica 2001, Documento Unione Matematica Italiana).

"*Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola*" (Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella Scuola Primaria, 2007, ripreso nelle Indicazioni Nazionali per il curricolo del 2012)

e in documenti della Comunità Europea riguardanti la competenza matematica

"*La competenza matematica è l'abilità di sviluppare e applicare il pensiero matematico per risolvere una serie di problemi nelle situazioni quotidiane*"

(Raccomandazioni del Parlamento e Consiglio Europei del 2006 sulle competenze chiave per il Lifelong Learning)

sono necessari dei cambiamenti.

CAMBIAMENTO "INTERNO"

Una possibilità (chiamiamola di cambiamento dall'interno) è quella di modificare la tipologia di problemi proposti a scuola come ad esempio

-nel progetto *RME (Realistic Mathematics Education*), sviluppato dal Freudenthal Institute di Utrecht,

-nel gruppo di ricerca diretto da Verschaffel del *Centre for Instructional Psychology and Technology* dell'Università di Leuven (si veda Verschaffel, Greer & De Corte, 2000). .

Vengono presentate, anche nei libri di testo, varie tipologie di problemi (ad esempio problemi con più soluzioni possibili, o problemi irrisolvibili).

CAMBIAMENTO “ESTERNO”

Un’altra possibilità (che si può affiancare all’altra in quanto possono coesistere entrambe) è quella di sostituire i classici problemi a parole con un altro tipo di attività, che usano “contesti ricchi” e aperti alla matematizzazione (Freudenthal, 1994; Bonotto, 2007).

Qui il termine “contesto” si riferisce a “*quel dominio della realtà che può essere matematizzato*”, mentre il termine “ricco” sottolinea le molte opportunità di strutturazione che la situazione può offrire.

CAMBIAMENTO "ESTERNO"

Queste attività si possono realizzare utilizzando opportuni materiali (ad esempio scontrini, etichette, depliant, articoli di giornale, guide tv, ecc).

L'idea non è solo quella di motivare gli studenti attraverso contesti presi dalla vita di ogni giorno ma di attingere a contesti che fanno parte delle esperienze reali degli studenti e che possono essere usati come punti di partenza per una matematizzazione progressiva, al fine di favorire anche una disposizione verso una modellizzazione matematica di tipo realistico e l'attivazione di processi anche di problem posing (Bonotto, 2009).

Una introduzione a scuola di una idea di base sulla modellizzazione è non solo possibile ma anzi auspicabile, anche a livello di scuola primaria.

MODELLIZZAZIONE MATEMATICA

Il termine modellizzazione matematica non si riferisce solamente ad un processo in cui una situazione deve essere

problematizzata e capita,
tradotta in termini matematici,
trattata matematicamente,
riportata nella situazione originaria reale,
valutata,
comunicata.

Oltre a questo tipo di modellizzazione, che richiede che lo studente abbia già a disposizione qualche modello matematico e strumenti per matematizzare, c'è un altro tipo di modellizzazione, in cui le attività sono usate come veicolo ***per lo sviluppo*** *(*piuttosto che ***per l'applicazione***) di concetti matematici.

MODELLIZZAZIONE EMERGENTE

Questo secondo tipo di modellizzazione è chiamata ‘emergente’ in Gravemeijer (2007) ed è focalizzato sui processi di apprendimento a lungo termine, in cui un modello si sviluppa a partire da un modello informale e situato, ‘*un modello di*’, in una struttura matematica generalizzabile, ‘*un modello per*’ (Bonotto, 2009 e 2013).

Anche se è molto difficile, se non impossibile, fare una distinzione tra i due aspetti della modellizzazione matematica, è chiaro che essi corrispondono a differenti fasi nel processo di insegnamento/apprendimento e a differenti attività per l’istruzione.

Ad esempio a livello di scuola primaria il focus può essere più sul secondo aspetto della modellizzazione matematica, a livello scuola secondaria (specie superiore), il focus può essere più sul primo aspetto.

SUL PROBLEM POSING

Altrettanto importante del processo di problem solving è il processo di problem posing.

"Problem posing is of central importance in the discipline of mathematics and in the nature of mathematical thinking, and it is an important companion to problem solving (Kilpatrick, 1987).

"Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta ad un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi …." (Indicazioni Nazionali per il curricolo, 2012).

SUL PROBLEM POSING

I ricercatori hanno proposto delle categorizzazioni sia delle diverse situazioni di problem posing che possono venire proposte, sia della tipologia di problemi che possono essere creati in tali situazioni.

Stoyanova e Ellerton (1996) classificano le attività di problem posing in tre diverse categorie: *free problem posing situations*, *semi-structured problem posing situations* e *structured problem posing situations*.

SUL PROBLEM POSING

Una situazione di problem posing è *free* se agli studenti viene chiesto di generare dei problemi senza che siano date loro particolari restrizioni: ad esempio si può chiedere agli studenti di creare dei problemi che siano difficilmente risolvibili per i loro compagni, oppure di creare dei problemi per un test o semplicemente dei problemi divertenti da risolvere.

Una situazione di problem posing è considerata *semi-structured* se agli studenti vengono presentati dei problemi aperti o delle situazioni non strutturate, e sono invitati ad esplorare la struttura della situazione e a completarla applicando le conoscenze, le abilità ed i concetti derivati dalle loro precedenti esperienze matematiche. Si può, ad esempio, chiedere agli alunni di creare dei problemi da una determinata equazione, figura o da uno story problem.

Una situazione di problem posing può considerarsi *structured* quando si basa su uno specifico problema. Esempi di questo tipo possono essere quelli in cui si chiede agli alunni di creare un problema dalla riformulazione di un problema già risolto.

SUL PROBLEM POSING

Noi consideriamo infatti il problem posing come il processo secondo il quale gli studenti, in base alle loro esperienze, costruiscono delle interpretazioni personali di situazioni concrete e le formulano come problemi matematici significativi.

Per gli studenti questo processo diventa perciò una opportunità di interpretazione e di analisi critica della realtà, oltre a favorire il pensiero critico e la creatività (Bonotto & Dal Santo, 2015).

Nelle nostre proposte il processo di problem posing è supportato dall'uso di opportuni materiali/strumenti/artefatti che possono servire a creare

- contesti ricchi e fortemente legati alla realtà quotidiana,

- situazioni di tipo semi-strutturato.

In questo modo noi vogliamo incoraggiare i ragazzi a riconoscere un’ampia varietà di situazioni esterne alla scuola come “**situazioni matematiche**”, o ancora più precisamente, come

situazioni matematizzabili

Chiunque ponga un po’ di attenzione, cercando di vedere sotto altri occhi la realtà che lo circonda, può facilmente scoprire che c’è una grande quantità di matematica incorporata nella vita quotidiana.

“*Il nostro mondo ... è già stato matematizzato ad un tale livello che noi non ce ne accorgiamo neppure più, a meno che la nostra attenzione non sia attirata su questo fatto*”, ed ancora

“*è sbagliato guardare al contesto come ad un rumore che disturba il messaggio chiaro della matematica: il contesto è il messaggio, e la matematica è lo strumento per decodificarlo*”, Freudenthal [1994].

SUGLI ARTEFATTI CULTURALI

Gli artefatti culturali sono "*strumenti costruiti dall'uomo, dalla storia, dalla cultura, che modificano l'attività umana e che mediano i rapporti che bambini e adulti hanno con il mondo*" Pontecorvo [1997].

Essi oltre a racchiudere la storia intellettuale di una cultura, hanno spesso delle teorie incorporate al loro interno che i fruitori accettano, spesso inconsapevolmente, quando li usano [Cole, 1985].

Un artefatto è quindi un **rappresentante**, un **testimone** della società in cui viviamo, della cultura a cui apparteniamo, dei mezzi e modi di comunicare tipici della nostra epoca (ed anche i giochi, matematici e non, rientrano in questa categoria).

Esempi di artefatti culturali usati nelle nostre esperienze in classe

€0,50
carta igienica
€0,50
pomodoro
€0,50
€0,50
vino da tavola
€0,50
Tanta Convenienza
...a solo 1/2 €uro

18.10 SPORTSERA
18.30 TG2
18.50 10 MINUTI
19.00 L'ISOLA DEI FAMOSI
19.45 WARNER SHOW
20.15 CLASSICI DISNEY
20.30 TG2

21.00

E.R.
Attualità. Con Noah Wyle. Kovac, forte dell'esperienza fatta in Africa, torna al County. Morris, intanto, lascia l'ospedale.

22.40 TG2
22.50 L'ISOLA DEI FAMOSI 2
23.35 CONCERTO ANTONACCI
1.15 TG PARLAMENTO
1.25 SORGENTE DI VITA
1.55 METEO2
2.00 APP. AL CINEMA
2.05 MORTE DI UNA STREGA
2.50 TG2 SALUTE
3.05 LEGGENDE D'ITALIA
3.15 LO SGUARDO DENTRO
3.25 CERCANDO CERCANDO
4.00 IL POSTINO SUONA...

20.00 RAI SPORT TRE
20.10 BLOB
20.30 UN POSTO AL SOLE A Elena avrà modo di prendersi una piccola vendetta su Ferri, che avrà invece l'occasione di vedere le cose sotto una luce diversa.

21.00

CHI L'HA VISTO?
Attualità. Federica Sciarelli cerca di fare chiarezza sul caso di Alberto Genta. Al suo posto, infatti, è stato seppellito un altro.

23.05 TG3
23.10 TG REGIONE
23.20 TG3 PRIMO PIANO
23.40 MESTIERE DI VIVERE Campo dei Fiori a Roma: un luogo in cui si incrociano storie, in cui si sfiorano per pochi istanti le esistenze più diverse. Come quella di Gabriella, cronista di eventi mondani, o quelle di Alessandro e Daniele, che lavorano in un'agenzia di pompe funebri.
0.35 TG3

te l'uno, ha come protagonisti sedici concorrenti. Conduce Gerry Scotti.
19.20 GRANDE FRATELLO
19.40 PASSAPAROLA
20.00 TG5
20.30 STRISCIA LA NOTIZIA

21.00 FILM

A BEAUTIFUL MIND
Drammatico (Usa, 2001, 135') con Russel Crowe, Jennifer Connelly, Paul Bettany. Regia di Ron Howard.

23.15 GRANDE FRATELLO
23.30 COSTANZO SHOW
1.00 TG5 NOTTE
1.30 STRISCIA LA NOTIZIA
2.00 GRANDE FRATELLO
2.30 VOLERE O VOLARE
2.45 AMICI
3.30 SHOPPING BY NIGHT Attrezzi per il fitness, coltelli tagliatutto e utensili multiuso sono acquistabili con una telefonata.
4.00 CASA DOLCE CASA
4.35 I VIAGGIATORI

parla agli altri criceti.
17.20 TOPO GIGIO SHOW
17.55 CAMPIONI, IL SOGNO
18.25 MEDIASHOPPING
18.30 STUDIO APERTO
19.00 TUTTO IN FAMIGLIA
19.55 IL GIOCO DEI 9

21.05

MAI DIRE GRANDE FRATELLO
Varietà. La Gialappa's Band commenta con ironia quanto accaduto nella casa del GF.

22.20 LE IENE.IT
23.35 COLORADO CAFE LIVE Dalla Salumeria di Milano, i comici sono protagonisti di serate rigorosamente "live" di comicità. Nel cast figurano, tra gli altri, Enrique Balbontin, Maurizio Battista, Stefano Chiodaroli, I Gemelli Ruggeri, Marco Milano. Conducono Andrea Appi e Rossella Brescia.
1.00 STUDIO SPORT
1.25 MEDIASHOPPING

Gli ARTEFATTI sono oggetti che facilmente si trovano nelle nostre tasche o nelle nostre case.

Possono essere problematizzati e resi materiali didattici in quanto sia ideali che materiali.

Artefatti culturali

- ideali: in quanto contengono in forma codificata significati;
- materiali: in quanto concreti appartenenti al mondo degli oggetti.

CARATTERISTICHE

Contengono una molteplicità di numeri (non tutti necessari ai fini della richiesta) e quindi promuovono la riflessione e il ragionamento.

I dati contenuti sono reali e quindi i risultati dei calcoli spesso devono essere interpretati e/o arrotondati proprio come avviene nei contesti extrascolastici.

I dati, non scelti ad hoc dagli autori (come avviene nei testi scolastici), possono stimolare nei bambini curiosità di tipo “anticipatorio” (es. numeri periodici) e di fare collegamenti significativi.

- Possono favorire la "*matematizzazione del quotidiano*" (portando all'interno del contesto scolastico oggetti appartenenti alla realtà quotidiana dei bambini) e la "*quotidianizzazione della matematica*" (stimolando il bambino a osservare l'enorme quantità di matematica presente nei contesti extrascolastici) (Bonotto, 2007).
- Possono favorire la connessione con le altre discipline (ad es. storia, geografia, scienze, italiano) e quindi attività interdisciplinari.

Non è comunque il materiale in se’ ed in isolamento che risulta di supporto per l’insegnante, ma è piuttosto l’uso dell’artefatto ed i significati che da esso si sviluppano come risultato di attività.

“Gli artefatti assumono un significato matematico solo nell’attività, in base a come gli individui li organizzano come mezzi per raggiungere precisi obiettivi matematici” (Saxe, 2002).

METODOLOGIA

È quindi auspicabile introdurre una varietà di metodologie didattiche tra di loro complementari, integrate ed interattive (verbalizzazioni scritte, lavori in coppia o di gruppo, discussioni collettive, interventi dell'insegnante in fase di istituzionalizzazione del sapere);

È anche importante instaurare una nuova cultura in classe, cercando di cambiare anche le convinzioni, credenze ed atteggiamenti, sia degli studenti sia degli insegnanti, nei confronti della matematica anche extrascolastica, anche attraverso nuove "norme socio-matematiche" (Yackel & Cobb, 1996).

<u>I nostri materiali e i piccoli traguardi…</u>

Prima Esperienza: "*Bratislava Meeting*"

L'esperienza si è svolta nella scuola primaria (classe V) e in quella secondaria di I grado (classe I) "F.Malfer" di Garda.

L'attività è nata all'interno di un progetto europeo sul miglioramento dell'insegnamento della matematica che ha visto collaborare docenti di 11 Paesi.

L'attività proposta è stata pianificare un viaggio nei dettagli con l'ausilio di internet.

Il compito è stato ideato sotto forma di racconto/fumetto in lingua inglese ed ha come protagonista un'insegnante che riceve un invito per un meeting e deve quindi pianificare il viaggio.

La metodologia utilizzata è stata il lavoro in coppia seguito da discussione collettiva per la socializzazione delle soluzioni e il confronto tra le strategie usate.

La durata dell’esperienza è stata di due ore circa.

Il ruolo dell’insegnante è stato di carattere tecnico-informatico e di coordinatore degli interventi.

Il computer portatile è stato introdotto come un particolare artefatto in quanto “rappresentante, testimone della società in cui viviamo, della cultura a cui apparteniamo, dei mezzi e modi di comunicare tipici della nostra epoca” (Bonotto, 1999).

Il successo dell’esperienza è testimoniato soprattutto dalla qualità degli interventi e delle procedure utilizzate.

Il problema ha lasciato spazio a riflessioni molto più autentiche e realistiche dei consueti problemi a parole.

Una delle fasi del compito è consistita nel cercare la soluzione di viaggio più economica per raggiungere Bratislava (consultando dei siti suggeriti dall’insegnante). L’attività è solo apparentemente facile in quanto la località di Garda è molto vicina all’aeroporto di Verona ma anche all’aeroporto di Venezia, e i tre aeroporti di Milano sono comodamente raggiungibili.

Questa condizione ha creato una maggiore difficoltà nel calcolo della convenienza in quanto gli alunni si sono trovati a dover calcolare una serie di combinazioni possibili.

Stefano: *“Il volo che parte dall’aeroporto di Verona andata e ritorno costa tanto: € 395, 48. Da Milano Malpensa, invece, costa 335,98 € quindi scelgo il secondo”.*

Insegnante: *“La pensate tutti così?”*

Luca: *“Veramente quando parto con mia mamma e mio papà cerchiamo di non partire mai da Milano perché è lontano e se ci vai in auto il parcheggio costa un sacco, altrimenti devi prendere il treno e poi anche un pullman”.*

Federica: *“E poi da Milano non è diretto ma bisogna scendere a Praga mentre da Verona è un volo solo fino a Bratislava”.*

Insegnante: *“Luca e Federica che viaggiano molto con i propri genitori ci hanno dato un ottimo suggerimento. Se decidiamo di acquistare il biglietto da Milano dobbiamo anche calcolare la spesa per raggiungere Malpensa. Come dice Luca che se ne intende l’aeroporto di Milano Malpensa si raggiunge prendendo un treno da Peschiera fino a Milano e poi un autobus dalla Stazione Centrale di Milano all’aeroporto. Pensate che sia ancora conveniente?”*.

Gaja: “*Io ho appena controllato sul sito che ci hai detto tu e il biglietto da Peschiera del Garda a Milano costa € 7,60*”.

Mirko: “*In verità 2 x 7,60 € perché si deve prendere anche al ritorno… guarda che la maestra non resta là a Bratislava ma deve anche tornare a scuola*”.

Insegnante: “*Molto bene, vedo che siete super esperti di viaggi! E il pullman navetta fino a Malpensa quanto costa*?”

Mirko: “*Costa € 8,00 sempre per due*”

Insegnante: “*Cosa suggerite? Qual è il più conveniente?*”

Costanza: “*Risulta da Milano 367,18 €… è un po’ di meno di Verona che costa 395,48 €. Quale vuoi che ti prenotiamo maestra*?”

Insegnante: “*Cosa mi suggerite?*”

Luca: “*Io sono andato tante volte a prendere l’aereo a Malpensa e non mi piace perché è lontano e in treno ci vuole tantissimo tempo*”.

Insegnante: “*Hai ragione, anche se il volo da Verona è leggermente più caro, credo che sia meglio partire da lì perché l’aeroporto è più vicino e il volo è diretto*”.

Seconda Esperienza: "*Shopping conveniente*"

Anche questa esperienza si è svolta nelle stesse classi.

Gli artefatti utilizzati sono stati gli stessi in entrambe le classi: depliant pubblicitari dei supermercati.

L' attività si è svolta a coppie (i cui componenti sono stati scelti dall'insegnante in modo da stimolare dinamiche di sostegno e aiuto reciproco).

Argomento: le percentuali.

- *I fase: esplorazione*
- II fase: *problem posing e problem critiquing (*sollevare problemi cercando di far emergere anche la loro creatività). L'idea che sta alla base di queste attività è che esista un rapporto tra *problem solving* e *problem posing*: è impossibile risolvere qualunque problema nuovo senza prima aver afferrato esattamente il compito assegnato suscitando nuovi problemi durante la risoluzione, così come è impossibile scrivere il testo di un problema senza prima aver compreso l'argomento matematico che ne sta alla base.

Ad esempio Sofia e Giorgio scrivono:

“Una mamma nota nel cassetto alcune calze bucate e tutti i pigiami ormai piccoli. La mattina seguente guardando il calendario si ricorda dell’inizio dei saldi. Si reca in un centro commerciale e dopo una lunga ricerca decide di acquistare 3 pigiami il cui prezzo iniziale è € 11,90 ma che sono scontati del 20%. Quanto spenderà per i pigiami? Successivamente acquista 5 paia di calze che costano € 4,90 al paio e che sono scontate del 50%. Quanto spenderà per i calzini? Se ha a disposizione € 100,00 quanti soldi avanzerà?”.

Successivamente alcuni compagni sono stati invitati a dare il loro contributo arricchendo i vari problemi formulati:

“Se la mamma ha terminato il credito del cellulare e deve urgentemente fare una chiamata a casa perché non ricorda la taglia dei figli, con il resto riuscirà ad acquistare una ricarica telefonica? Di che taglio?”

“Se il parcheggio del supermercato costa € 1,50 l’ora e la mamma entra al supermercato alle 10.30 ed esce alle 12.00, quanto spenderà? Riesce a pagare con le monete ricevute di resto al supermercato o dovrà cambiare delle banconote?”

“All’ingresso del centro commerciale la mamme legge che la settimana successiva tutti i capi d’abbigliamento saranno scontati del 50%. Quanti pigiami e quante calze può acquistare?”

Terza Esperienza: “City Maps”

I materiali che mostreremo di seguito nascono dallo scambio e dal confronto tra due insegnanti di matematica (provenienti da Italia e Germania) all'interno del progetto europeo.

Lo scopo era quello di ideare materiali originali e accattivanti per insegnare geometria.

Palmanova

Avola

Verona


GIORGIO
RIVA BATTELLO
LUNGADIGE
PANVINIO
DONATELLI
LUNGADIGE SAMMICHELI
RUBELE
TEODORICO
LEONCINO
PRATO SANTO
MATTEOTTI

Scala: 1 : 6.000

Consultando la scala prova a calcolare la misura di un lato esterno e di uno interno

Il Pentagono

Situato nella Contea di Arlington, in Virginia, il Pentagono è l'edificio in cui ha sede il quartier generale del Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti. L'edificio doveva costituire una specie di fortezza inespugnabile, che, nel caso di una guerra o di un pericolo potesse garantire albergo sicuro per il presidente. La costruzione cominciò l'11 Settembre del 1941 sotto progetto dell'architetto George Bergstrom. La costruzione procedette velocemente a ritmi impressionanti e la progettazione e le tecnologie utilizzate sono tuttora segrete. Nel Gennaio del 1943 il complesso militare della superpotenza planetaria fu inaugurato.

Esempio di connessione tra i vari saperi e quindi l'interdisciplinarietà:

Insegnante: *"Quindi qualcuno mi vuole dire quanto misura il lato esterno dell'edificio Pentagono?"*

Nicole: *"Io ho trovato che misura 5,5 cm".*

Insegnante: *"Non vi sembra un po' troppo poco? Fatemi vedere sul righello quant'è 5,5 cm?"*

Nicole: *"Hai ragione è impossibile perché nelle fotografie fatte con l'aereo come questa le cose vengono più piccole.".*

Insegnante: *"Brava. Quanto più piccole. Abbiamo un'indicazione sulla scheda su quanto è stato rimpicciolito l'edificio?"*

Renato: *"Maestra, l'abbiamo fatto in geografia. Si chiama scala!"*

Insegnante: *"Cos'è la scala?"*

Renato: *"E' un numero che mi dice quanto misura nella realtà?"*

Insegnante: *"Proviamo a spiegare meglio. Qui c'è scritto 1:6.000. Cosa vuol dire?"*

Fabio: *"Mi ricordo che vuol dire che 1cm sul foglio è uguale a 6.000 cm nella realtà."*

RISULTATI

Con questo tipo di attività

- diminuiscono le paure e le ansie che contraddistinguono l'apprendimento della matematica

"Questo non è un problema. I problemi sono pieni di parole…e poi quelli non riesco a farli perché non capisco bene. Questi sì perché tutti sanno leggere il menù del ristorante e poi il mio papà ha un ristorante!".

- si favoriscono l'interesse e la motivazione,
- si contribuisce a creare un ponte fra la matematica scolastica e quella extrascolastica,

- si favorisce l’emergere di considerazioni di tipo realistico: nei problemi tradizionali gli studenti tendono invece ad ignorare aspetti rilevanti e plausibili della realtà a loro familiare e ad escludere le loro;

- si sviluppa negli alunni la capacità di modellizzazione matematica (di riconoscere ad esempio quando e come usare le conoscenze disciplinari per affrontare e risolvere problemi in situazioni pratiche del mondo reale).

Si può impostare tutto l'insegnamento della matematica nel modo qui suggerito?

Probabilmente NO

Ci rendiamo infatti conto che nella pratica didattica queste esperienze devono essere affiancate da attività più usuali, di rinforzo, di calcolo, secondo prassi ormai consolidate.

"*Una antinomia molto di moda nell'insegnamento e nell'apprendimento della matematica è quella che si verifica quando si mette da una parte di un profondo abisso*

delle nobili idee come: intuizione, comprensione, pensiero,

e dall'altra parte

delle cose basilari come: esercizio, routine, abilità, memorizzazione, algoritmi ...

suggerendo che l'apprendimento per intuizioni è una nobile teoria, mentre la pratica è imparare con l'esercizio e la memorizzazione. Tuttavia le cose non sono così semplici e non lo sono mai state ....

anzitutto perché la questione non è di scegliere una delle sponde dell'abisso, ma di gettare un ponte ...", Freudenthal, 1994.

Riteniamo però che alcune esperienze di questo tipo, per il loro valore paradigmatico, oltre a servire da motivante trampolino di lancio per l'apprendimento di nuove conoscenze, almeno ad un primo stadio, possano contribuire a cambiare l'atteggiamento dello studente nei confronti della matematica.

IMPLEMENTAZIONE

L'implementazione effettiva di questo tipo di attività richiede

- una revisione
- un cambiamento radicale delle conoscenze,

convinzioni ed atteggiamenti nei confronti e della matematica e della pratica scolastica,

anche da parte degli insegnanti.

Gli insegnanti devono infatti cercare

- di rivedere le loro convinzioni sul ruolo delle conoscenze extrascolastiche nelle attività di problem solving;

- di vedere la matematica incorporata nel mondo reale come punto di partenza per attività da fare in classe, rivedendo così il loro modo usuale di progettare e gestire le attività scolastiche;

- di conoscere le idee e pratiche presenti nelle comunità culturali, etniche, linguistiche dei loro allievi.

L'utilizzo di tali artefatti non è comunque un compito facile, o comunque di immediata implementazione, per l'insegnante, per vari motivi:

1. Il docente non deve dimenticare il momento della *istituzionalizzazione* del sapere costruito assieme agli allievi, che deve diventare un momento condiviso da tutti, onde evitare che queste attività magari interessanti, stimolanti e coinvolgenti, non vengano adeguatamente finalizzate.

2. L'insegnante deve anche cercare, soprattutto nei livelli scolastici superiori, di *superare i limiti della semplificazione della matematica codificata nella realtà*, per arrivare a far cogliere le caratteristiche peculiari di questa disciplina [astrazione, generalizzazione, formalizzazione, ...].

3. Questi strumenti didattici sono inoltre molto diversi da quelli che il docente è abituato a padroneggiare e che sono, quasi sempre, fortemente strutturati, rigidi, poco adatti a sviluppare percorsi alternativi che nascano sulla scorta di sollecitazioni contingenti, interessi imprevisti, situazioni-classe particolari.

"*I blocchi logici sono un esempio tipico di successi, che possono essere mietuti con materiale fortemente strutturato; successi ben miseri, ottenuti grazie all'amore della facilità.*

Il materiale ricco, aperto alla strutturazione, che offre più numerose opportunità didattiche, richiede di più e quindi è meno facile da sfruttare" (Freudenthal, 1994).

Bibliografia

Baroni, M., Bonotto, C. (2008). Using maths in a daily context: experiences in Italian compulsory education. *I*n H. W. Henn & S. Meier (Eds) *Planting Mathematics*, First annual publication of the Comenius-Network *Developing Quality in Mathematics Education II – DQME II*, (pp. 19-47), TU Dortmund, Dortmund.

Baroni, M., Bonotto, C. (2010). Word problems in the Italian primary school: how to change them?. In H. W. Henn, C. Liedmann & S. Meier (eds) *Harvesting Mathematics*, Third Annual Publication of the Comenius-Network *Developing Quality in Mathematics Education II – DQME II*, (pp. 90-120), TU Dortmund, Dortmund.

Bonotto C. (1999). Sull'uso di artefatti culturali nell'insegnamento/ apprendimento della matematica, *L'Educazione Matematica,* Anno XX, Serie VI, Vol. 1(2), 62-95.

Bonotto C. (2007). *Quotidianizzare la Matematica*, La Biblioteca Pensa Multimedia, Lecce, 2007.

Bibliografia

Bonotto, C. (2009). Working towards teaching realistic mathematical modelling and problem posing in Italian classrooms. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 297–313), Rotterdam: Sense Publishers.

Bonotto C., Baroni M. (2011). I classici problemi a parole nella Scuola Primaria Italiana: si possono sostituire o affiancare con un altro tipo di attività?

I Parte, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 34(A), n.1, pp. 9-40,

II Parte, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, vol. 34(A), n.3, pp. 125-160.

Bonotto, C. & Dal Santo L. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving and creativity in primary school. In F. M. Singer, N. Ellerton, and J. Cai (Eds) *Mathematical Problem Posing: From Research to Effective Practice*, New York: Springer.

Bibliografia

Bonotto C., & Wilczewski E. (2007). I problemi di matematica nella scuola primaria: sull'attivazione o meno di conoscenze di tipo realistico. In Bonotto C. *Quotidianizzare la Matematica* (pp. 101-134), Lecce: La Biblioteca Pensa Multimedia.

D'Ambrosio, U. (1995). Etnomatematica: teoria e pratica pedagogica. *L'Educazione Matematica, Anno XVI, Serie IV, 2(3),* 147-159.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. China Lectures*. Dordrecht: Kluwer [trad. ital. *Ripensando l'educazione matematica. Lezioni tenute in Cina* (a cura di C. F. Manara), Brescia: La Scuola, 1994].

Gravemeijer, K. (1997). Commentary solving word problems: A case of modelling. *Learning and Instruction*, 7(4), 389-397.

Gravemeijer, K. (2007). Emergent modeling as a precursor to mathematical modeling. In W. Blum, P. Galbraith, M. Niss, & H. W. Henn (Eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 137-144.) . New ICMI Studies Series no. 10. New York: Springer.

Nesher P. (1980). The stereotyped nature of school word problems. *For the Learning of Mathematics*, 1(1), 41-48.

Bibliografia

Kilpatrick, J. (1987). Problem Formulating: where do good problems come from? In A.H. Schoenfeld (Ed.) *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 123-147). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

Pontecorvo C. (1997). Apprendere nei contesti. *Studi e Documenti degli Annali della P.I.*, 78, 384-396.

Saxe, B. G. (2002). Children's developing mathematics in collective practices: A framework for analysis, *Journal of the Learning Sciences*, 11 (2/3), 275-300.

Schoenfeld, A. (1991). *On Mathematics as Sense-Making: An Informal Attack on the Unfortunate Divorce of Formal and Informal Mathematics*, in Voss J.F., Perkins D.N., Segal J.W. (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp.311-343), Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Stoyanova E., Ellerton N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. In P. C. Clarkson (Ed), *Technology in mathematics education* (pp. 518-525), MERGA: The University of Melbourne.

Bibliografia

Yackel, E., Cobb, P. (1996). Classroom sociomathematical norms and intellectual autonomy. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477.

Verschaffel, L., De Corte, E., & Borghart, I. (1997). Pre-service teacher's conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. *Learning and Instruction*, 7(4), 339-359.

Wyndhamn, J., & Säljö, R. (1997). Word problems and mathematical reasoning - A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction*, 7(4), 361-382.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2000). *Making sense of word problems*, Lisse, The Netherlands: Swets & Zeitlinger.