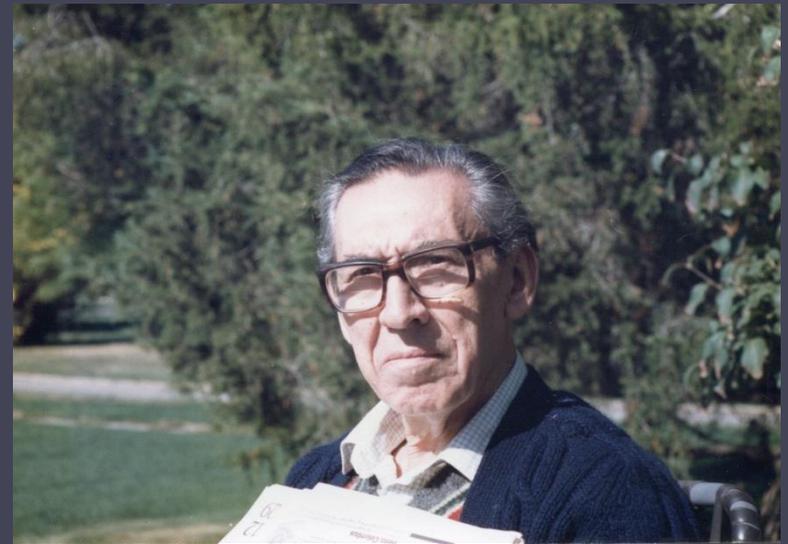


# L'Italia della Scienza 1945-1968

Perugia, 12-14 aprile 2024



## Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

Primo Brandi

Primo Brandi



## INFORMAZIONI PERSONALI

Nome **Lamberto Cesari**  
Dati anagrafici **Bologna, 23.9.1910 - Ann Arbor (Michigan) 12.3.1990**

## ISTRUZIONE E FORMAZIONE

1933 **Laurea in Matematica, Scuola Normale Superiore, Pisa**  
1934-35 **Munchen**



## ESPERIENZA LAVORATIVA

**1935-1936**

Università di Pisa

1936-1938

CNR, Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo

1939-1941

Università di Pisa

1942-1946

Università di Bologna

1947-1958

Professore Ordinario, Università di Bologna



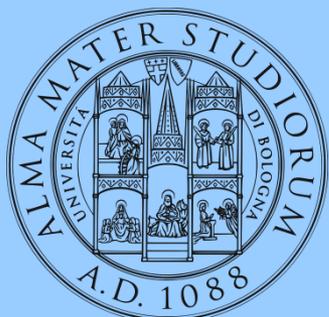
UNIVERSITÀ DI PISA

Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

**PURDUE**  
UNIVERSITY

**IAS** INSTITUTE FOR  
ADVANCED STUDY



## ESPERIENZA LAVORATIVA

1935-1936	Università di Pisa
1936-1938	CNR, Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo
1939-1941	Università di Pisa
1942-1946	Università di Bologna
1947-1958	Professore Ordinario, Università di Bologna
1948-1960	Institute for Advanced Study, Princeton Purdue University (Lafayette) University of California (Berkeley) University of Wisconsin (Madison)
1960-1980	Full Professor University of Michigan, Ann Arbor



UNIVERSITÀ DI PISA

Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

**250 memorie e note scientifiche in  
Analisi Nonlineare**

**Oltre 40 studenti P.h.D.**

**Vasta scuola internazionale**



## ONOREFICENZE

1975 R L Wilder Distinguished Professorship of Mathematics

1976 Henry Russel Lecturer

1976 [Laurea Honoris causa, Università di Perugia](#)

1982 [Accademia dei Lincei, Roma](#)

Istituto Lombardo, Accademia di Scienze e Lettere, Milano

Accademia delle Scienze, Bologna

Accademia Nazionale di Scienze, Lettere e Arti, Modena

Invited lectures at the International Congress of Mathematics in Cambridge, Amsterdam, and Nice

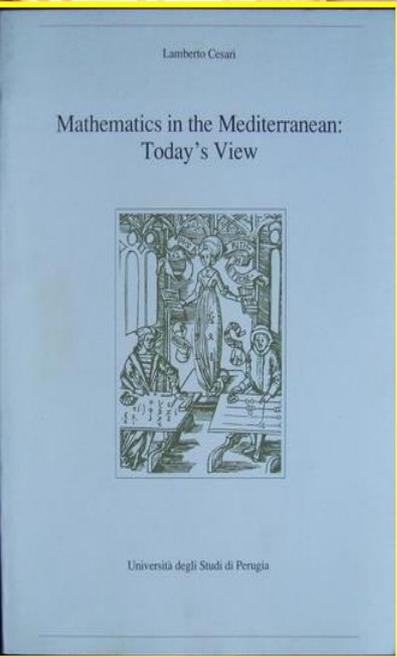


**Primo Brandi**

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi



Sala del Dottorato, 5 ottobre 1976



Titolo della Tesi

Mathematics in the  
Mediterranean :  
Today's View



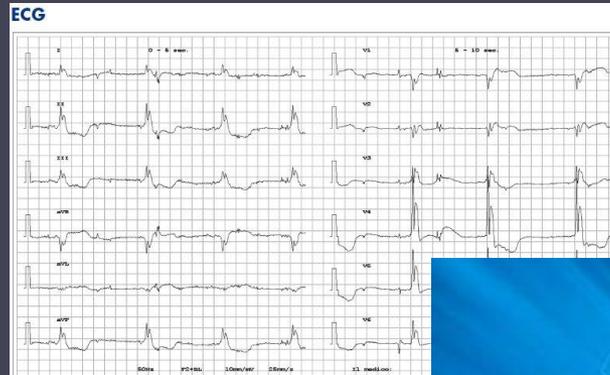
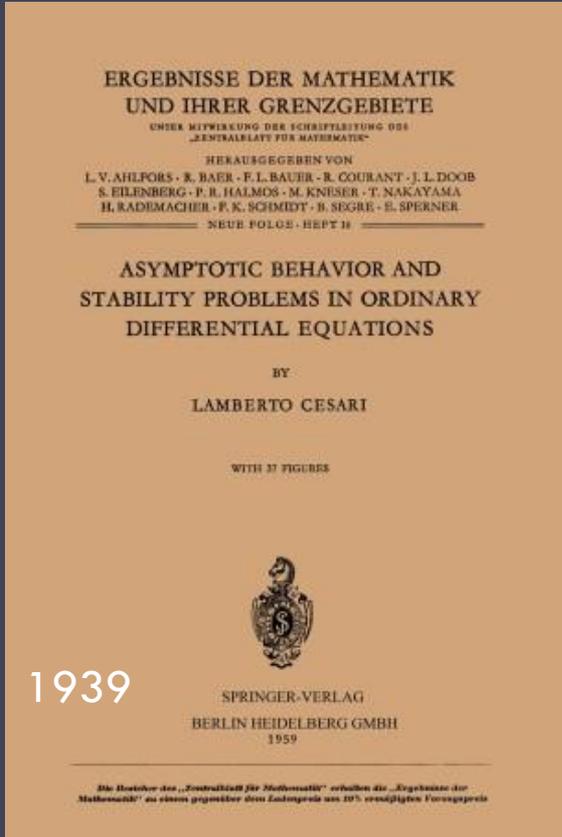
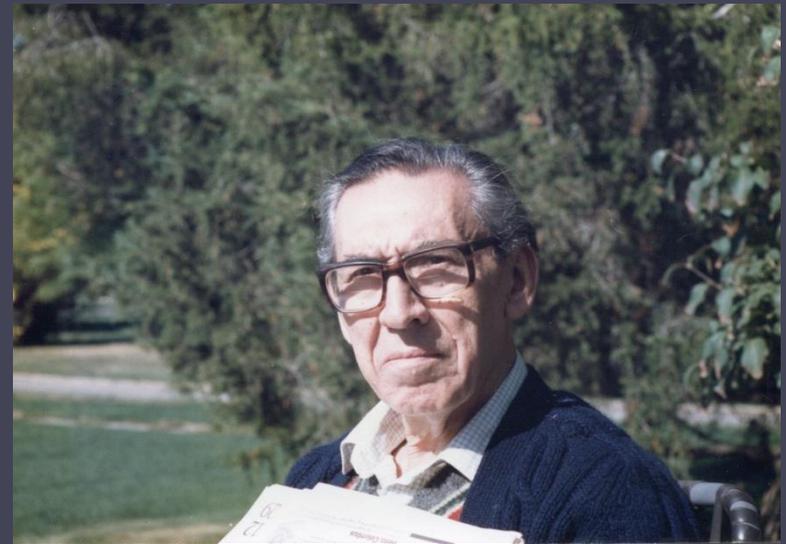
Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

## I FILONE di ricerca

Sistemi di equazioni differenziali lineari

Serie di Fourier (doppie o multiple)



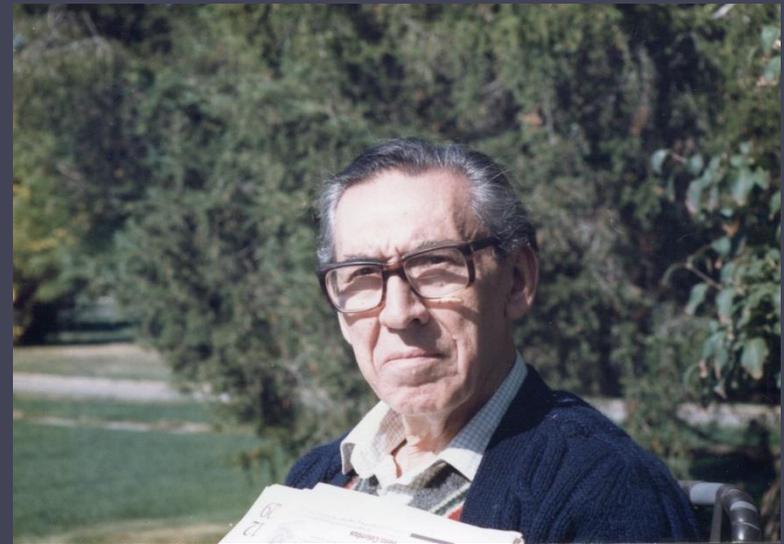
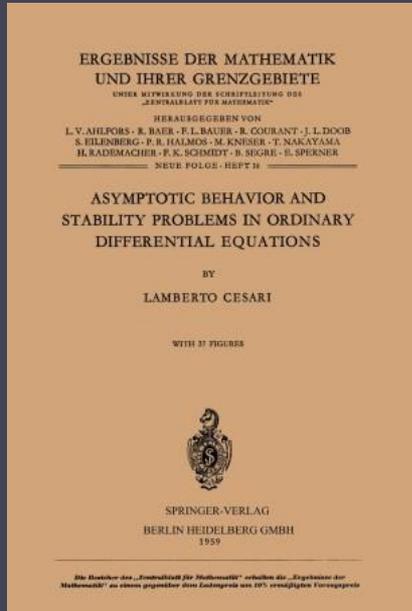
Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

## I FILONE di ricerca

Sistemi di equazioni differenziali lineari

Serie di Fourier (doppie o multiple)



Abbandona la continuità e introduce l'area generalizzata per funzioni BVC (bounded variation alla Cesari)

Anticipa J. Morrey e S. Sobolev

Collegamenti con la teoria dei perimetri alla De Giorgi

Il perimetro di un insieme coincide con la variazione generalizzata della funzione caratteristica dell'insieme

Primo Brandi

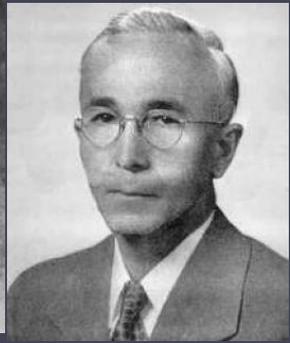
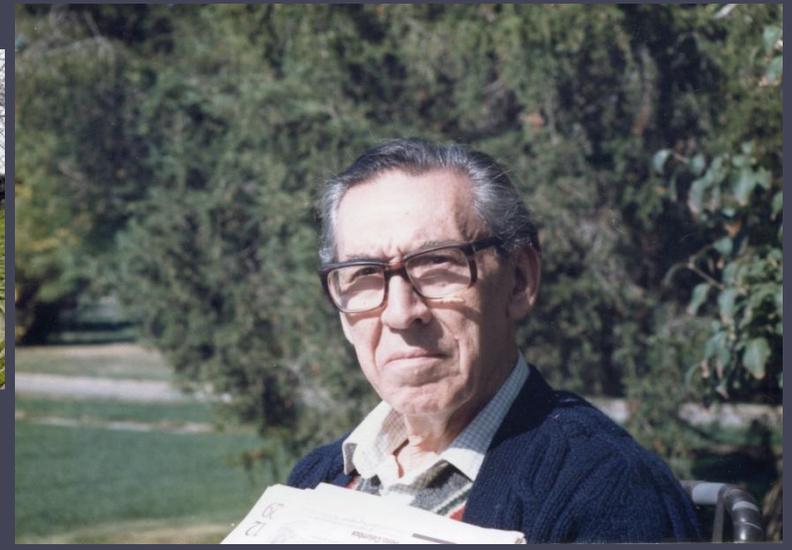
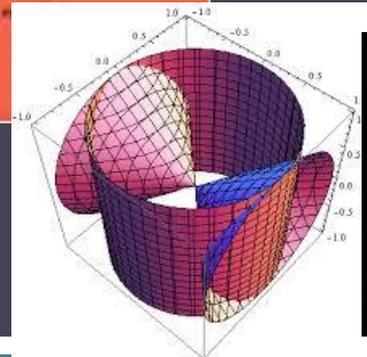
Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

# Il FILONE di ricerca Superfici discontinue

SURFACE AREA

ANNALS OF MATHEMATICS STUDIES  
PRINCETON UNIVERSITY PRESS

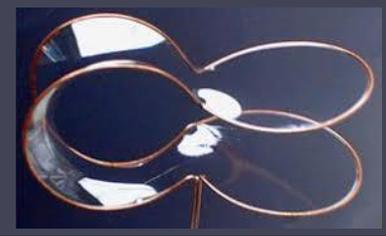
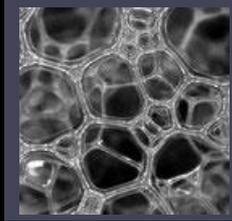
1956



Tonelli

Caccioppoli

Radò

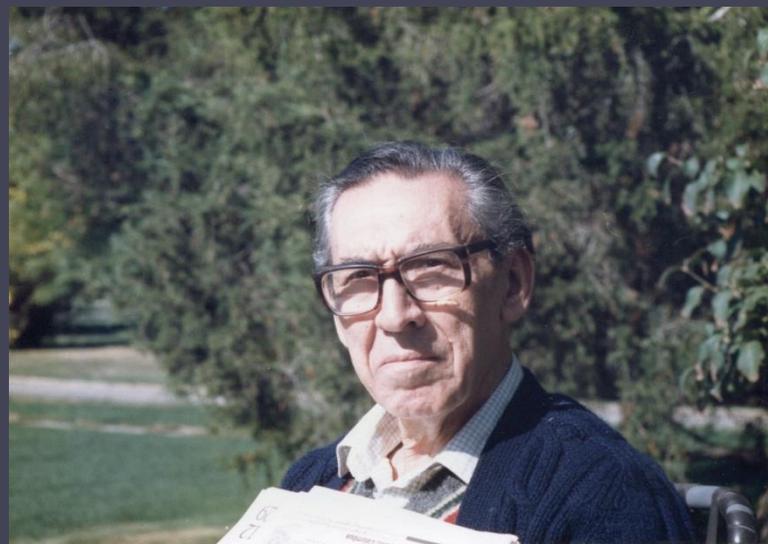
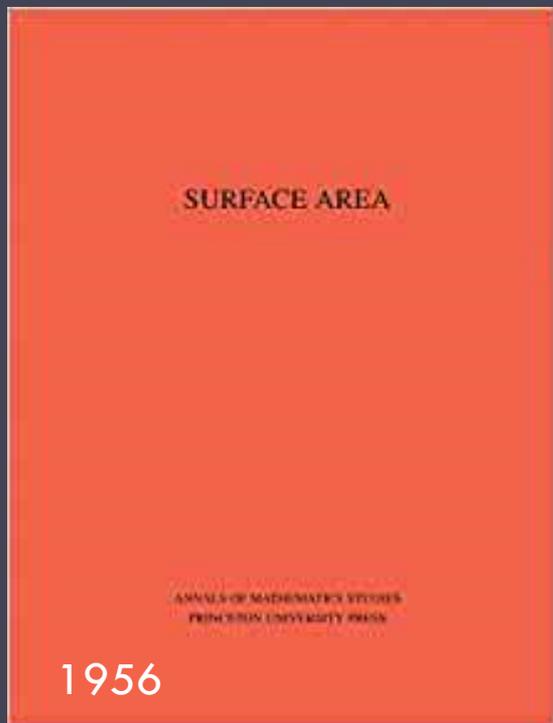


Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

## II FILONE di ricerca

Superfici parametriche



Elabora una teoria per l'area generalizzata per superfici parametriche

Risolve problemi aperti già affrontati da R. Caccioppoli, J. Mc Shane, M. Morrey, T. Radò

### III FILONE di ricerca

Calcolo delle Variazioni e Controllo ottimo

**Applications of Mathematics**

17

Lamberto Cesari

Optimization—  
Theory  
and Applications

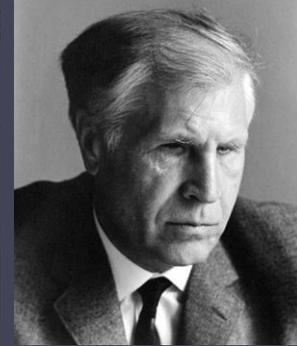
Problems with Ordinary  
Differential Equations

1983

 Springer-Verlag  
New York Heidelberg Berlin



Rockafellar



Pontryagin



Lavrentyev



Problema di Pareto

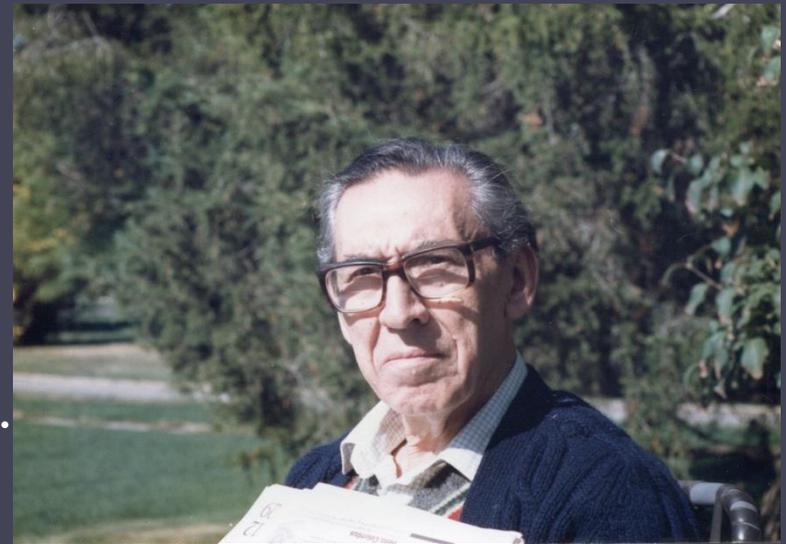
Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

III a FILONE di ricerca

# Calcolo delle Variazioni

Problemi classici minima lunghezza, area  
minimo tempo, minima energia, ...



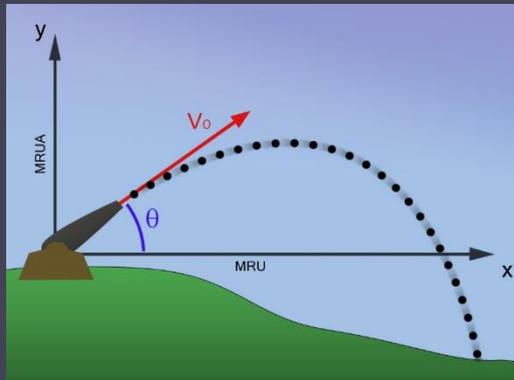
brachistocrona



catenaria



parabola di sicurezza



Semipiano di Poincarè



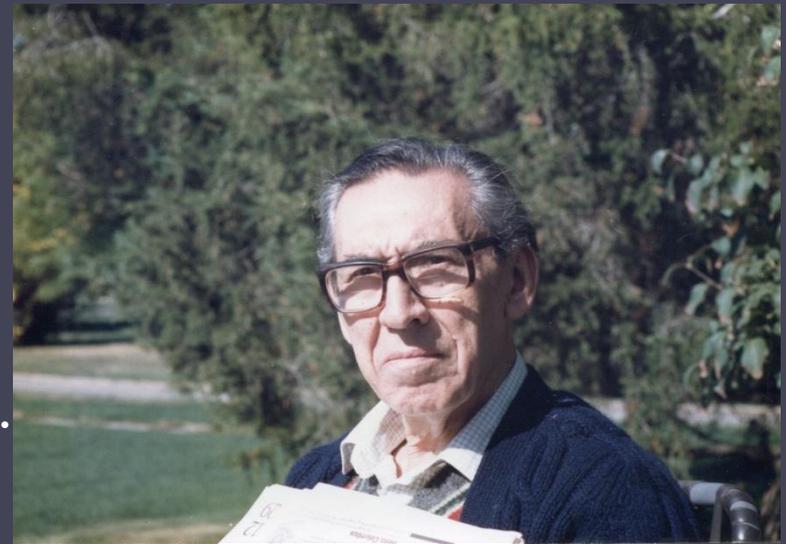
Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

### III FILONE di ricerca

## Calcolo delle Variazioni

**Problemi classici** minima lunghezza, area  
minimo tempo, minima energia, ...



bracristocrona  $v(x(t)) = \frac{1}{\sqrt{x(t)}}$

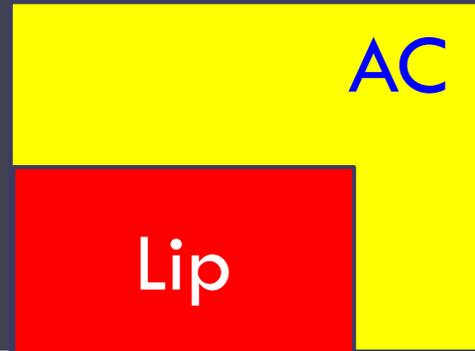
catenaria  $v(x(t)) = x(t)$

$$\min_C \int_a^b v(x(t)) \sqrt{1 + [x'(t)]^2} dt$$

Geodetiche nello spazio e nel tempo

parabola di sicurezza  $v(x(t)) = \sqrt{x(t)}$

Semipiano di Pincarè  $v(x(t)) = \frac{1}{x(t)}$



### III FILONE di ricerca

## Calcolo delle Variazioni

Problema libero

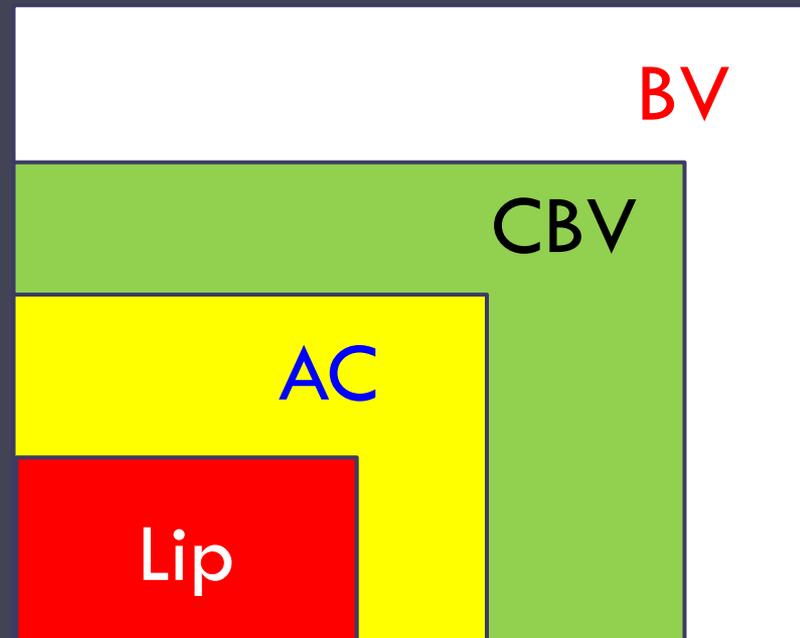
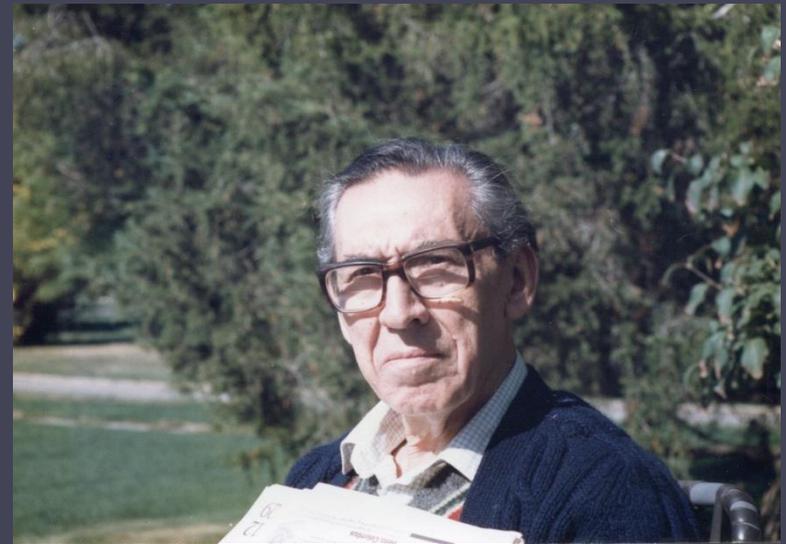
$$\min_{x \in \Psi} \int_a^b f(t, x(t), x'(t)) dt$$

Ampliando la classe l'integrale NON  
può essere inteso alla Lebesgue

integrale alla Serrin

$$S(x) = \min \lim_{x_n \rightarrow x} \int_a^b f(t, x_n(t), x_n'(t)) dt$$

Scelta adottata dalla  
scuola Pisana, Francese, USA, etc..



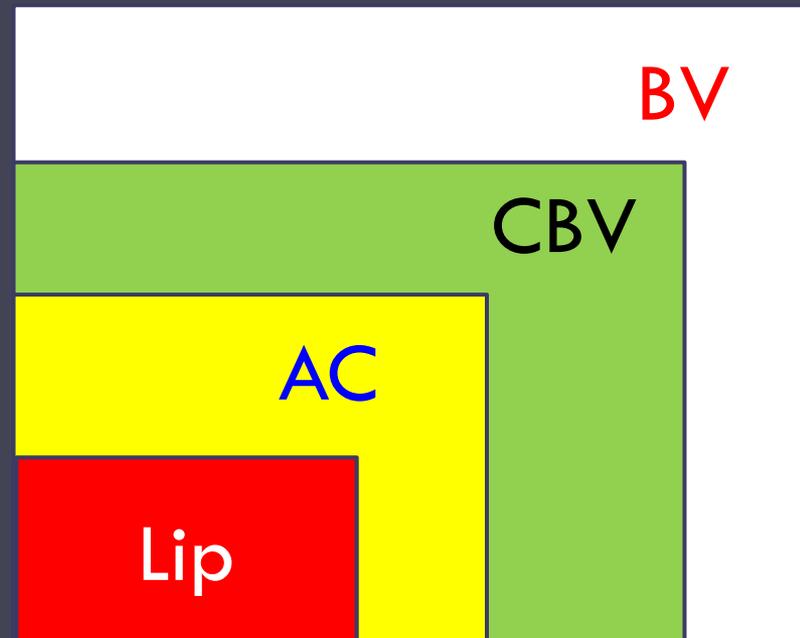
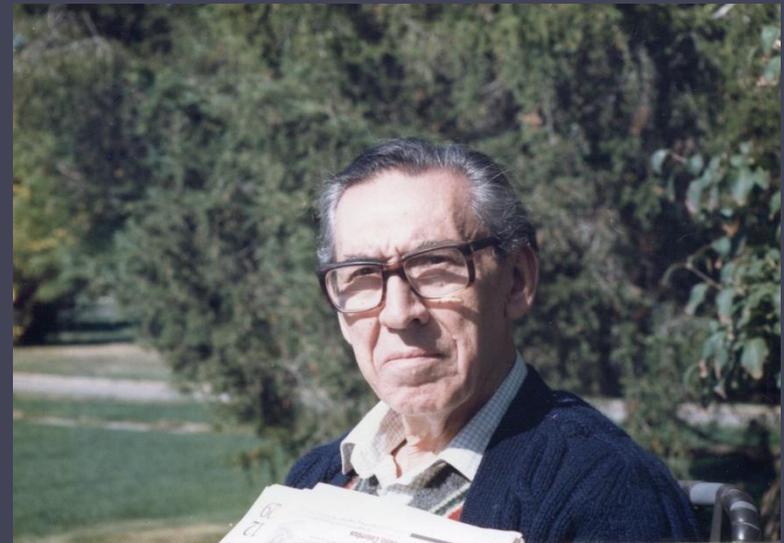
III FILONE di ricerca

## Calcolo delle Variazioni

Scelta adottata da Cesari

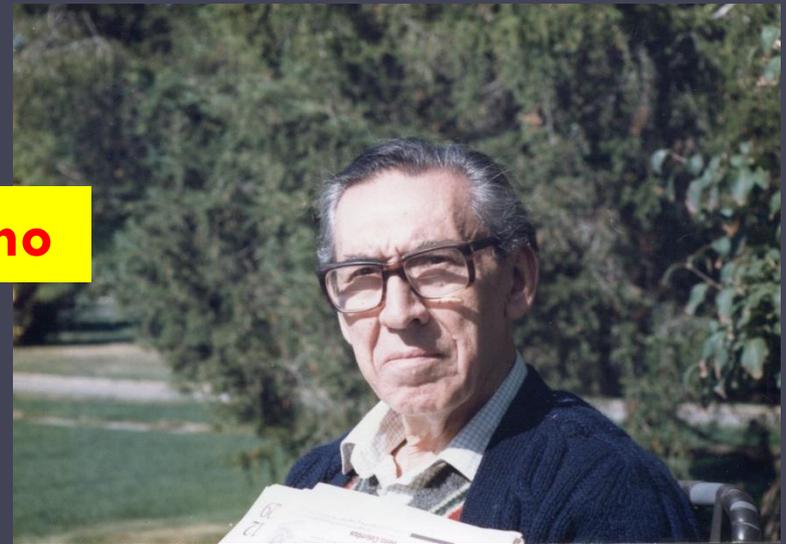
integrale di Weierstrass-Burkill

$$W(x) = \lim_D \sum_{I \in D} f \left( t_I, x(t_I), \frac{\Delta x(I)}{|I|} \right)$$



### III FILONE di ricerca

## Calcolo delle Variazioni e Controllo ottimo



Cesari: integrale di Weiersrass-Burkill (WBC)

Idea chiave: alleggerire la «finita additivà»  
con la QUADSI ADDITIVITA'

Vantaggi: integrale WBC contiene  
Lebesgue-Stieltjes, Perron, Hellinger, Henstoch  
in spazi di Banach Bochner, Pettis (forte e debole)

**BV**

$$W(x) = \lim_D \sum_{I \in D} f \left( t_I, x(t_I), \frac{\Delta x(I)}{|I|} \right)$$

III a FILONE di ricerca

## Calcolo delle Variazioni

$Epigraph(f)$  chiuso  $\iff$   $f$  semicontinua inferiormente

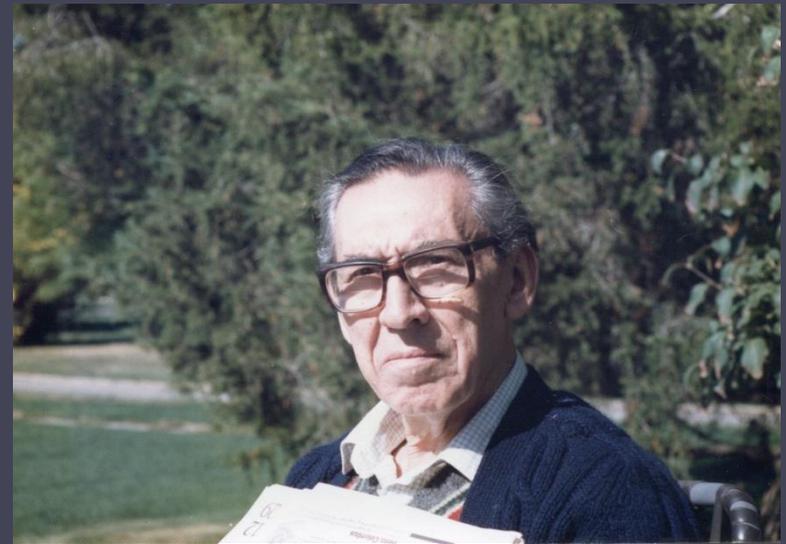
Introduce una multifunzione  $U$   
che «contiene»  $epigraph(f)$

Dimostra Teoremi di chiusura e  
chiusura inferiore

Applicazioni

semicontinuità per l'integrale  $W(x)$

Esistenza del minimo (problema libero e vincolato)



CBV

$$\min_{x \in \Psi} \int_a^b f(t, x(t), x'(t)) dt$$

III b **FILONE** di ricerca

**Controllo Ottimo ERA AEROSPAZIALE**

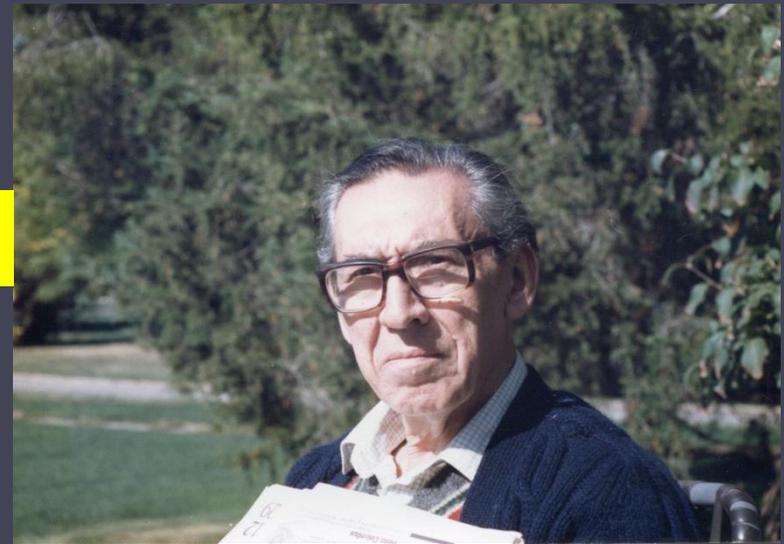
Anni '60: vengono pubblicati studi per il controllo di mezzi aerospaziali

Scuola Russa : Pontryagin, Lavrentyev, Fillipov  
Scuola americana : Rockafellar

**Cesari è pronto e non si fa trovare impreparato**

Riduce un **problema di controllo** in un **problema di Calcolo delle variazioni vincolato**, a cui applicare la mole dei suoi risultati

Risultati confrontabili con quelli della scuola Russa, Americana, Europea (Temam, De Giorgi, e altri)



**CBV**

**Applications of Mathematics**

17

Lamberto Cesari

**Optimization—  
Theory  
and Applications**

Problems with Ordinary  
Differential Equations

 Springer-Verlag  
New York Heidelberg Berlin

**Primo Brandi**

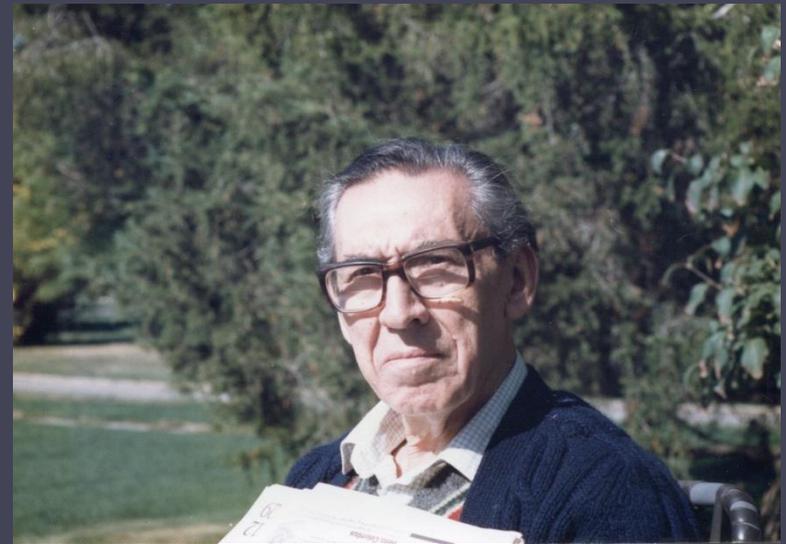
Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

## IV FILONE di ricerca

# Calcolo delle Variazioni per curve e superfici discontinue

Negli anni '80 lavora alacremente al problema ottenendo alcuni risultati notevoli, stimolato dall'idea di applicarli alla nascente teoria della plasticità: le soluzioni attese sono fortemente discontinue

La morte improvvisa lo coglie in piena attività



BV



W. Yang

Primo Brandi

Lamberto Cesari e la Scuola Perugina di Analisi

## Contributo della scuola perugina di analisi diretta da Calogero Vinti

Contributi significativi sono stati apportati all'ampio progetto di Cesari nell'ambito del Calcolo delle Variazioni nel corso di oltre venti anni (1968 -1990)



L'aggancio per la collaborazione è stato naturale visti gli studi che C. Vinti aveva effettuato sull'integrale di Weierstrass.

D'altra parte il progetto del Calcolo delle Variazioni ha trovato terreno fertile nella scuola perugina in quanto erano già presenti risultati di semicontinuità, esistenza, rappresentazione e approssimazione per funzioni lunghezza e variazione con peso, area in senso classico e in senso generalizzato.



# I seminari del Centro Cesari



A.D. 1929  
unipg  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI PERUGIA

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA  
DIPARTIMENTO DI ECONOMIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA  
DIPARTIMENTO DI FISICA E GEOLOGIA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE ED AMBIENTALE  
DIPARTIMENTO DI SCIENZE AGRARIE, ALIMENTARI E AMBIENTALI



**29 novembre 2023** •• Dipartimento di Matematica e Informatica  
*Models and Algorithms for the Computational Medicine of the Heart*  
**Luca Dede'**  
Dipartimento di Matematica - Politecnico di Milano



**31 gennaio 2024** •• Dipartimento di Ingegneria  
*La modellazione matematica nella rappresentazione del corpo umano e nella medicina di precisione: esempi di analisi biomeccanica in ambito ortopedico, respiratorio e cardiovascolare*  
**Alberto Audenino**  
Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale - Politecnico di Torino



**13 marzo 2024** •• Dipartimento di Economia  
*Meccanismi di scelte sociali*  
**Achille Basile**  
Dipartimento di Scienze Economiche e Statistiche - Università di Napoli "Federico II"



**15 maggio 2024** •• Dipartimento di Ingegneria Civile e Ambientale  
*La torsione finita di cilindri iperelastici*  
**Angelo Marcello Tarantino**  
Dipartimento di Ingegneria "E. Ferrari" - Università di Modena e Reggio Emilia



**3 luglio 2024** •• Dipartimento di Scienze Agrarie, Alimentari e Ambientali  
*Modelling hillslope and overland flow interactions under rain*  
**Dino Torri**  
Istituto di Ricerca per la Protezione Idrogeologica - CNR-IRPI



**16 ottobre 2024** •• Dipartimento di Fisica e Geologia  
*Reti sociali e mobilità umana: dalle interazioni faccia-a-faccia alla scala urbana*  
**Ciro Cattuto**  
Fondazione Istituto per l'Interscambio Scientifico (ISI) - Torino



**11 dicembre 2024** •• Dipartimento di Matematica e Informatica  
*La matematica del futuro: non solo AI ma tanto altro*  
*Rischi e prospettive*  
**Vincenzo Vespri**  
Dipartimento di Matematica e Informatica "U. Dini"- Università di Firenze

[www.dmi.unipg.it/ricerca/centro-cesari](http://www.dmi.unipg.it/ricerca/centro-cesari)



Primo Brandi

Centro Interdipartimentale Lamberto Cesari

**Grazie per l'attenzione**

Mail [primo.brandi@unipg.it](mailto:primo.brandi@unipg.it)  
[primo.brandi@gmail.com](mailto:primo.brandi@gmail.com)

<https://www.matematicaerealta.cloud>