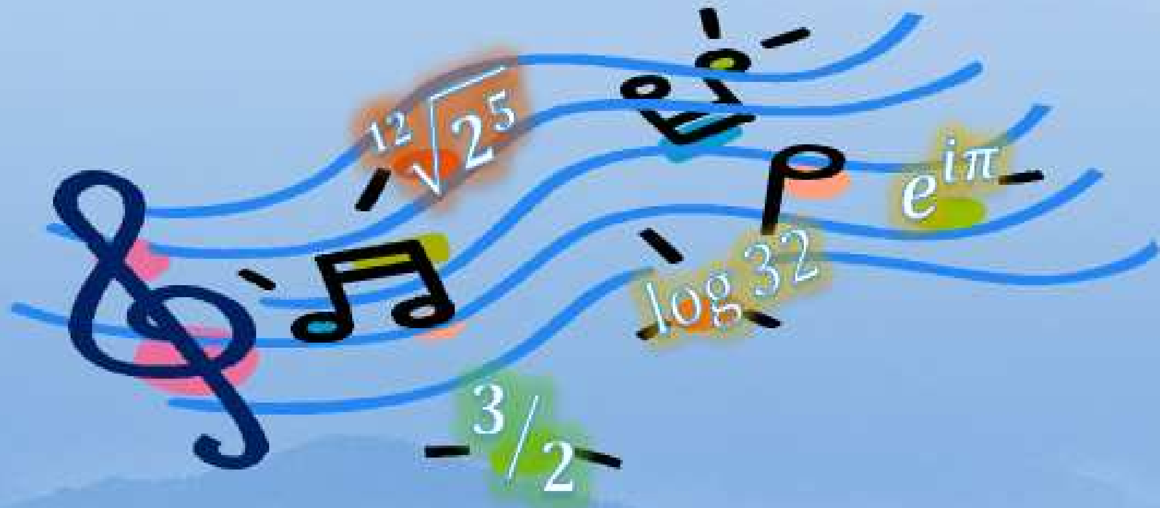
Elementi musicali degli insiemi numerici

…ovvero… la Musica della Matematica



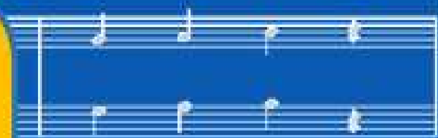
Musica & Matematica

ritmo

(suddivisione del tempo)

pentagramma

(semiografia, rappres. nel piano)



scala

(insiemi numerici)

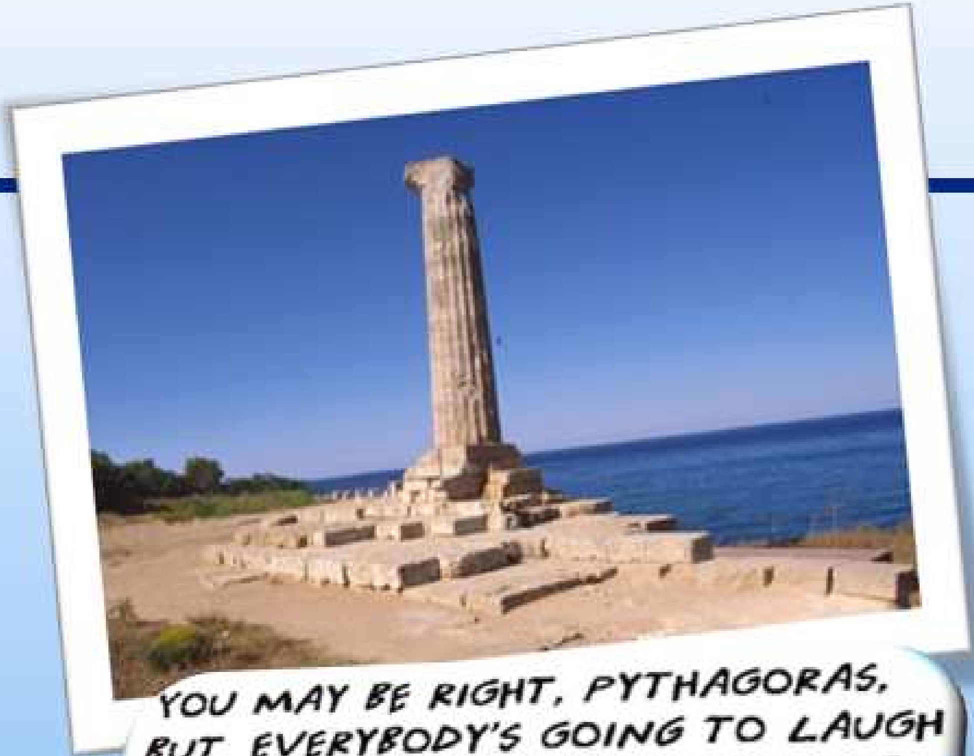
durata

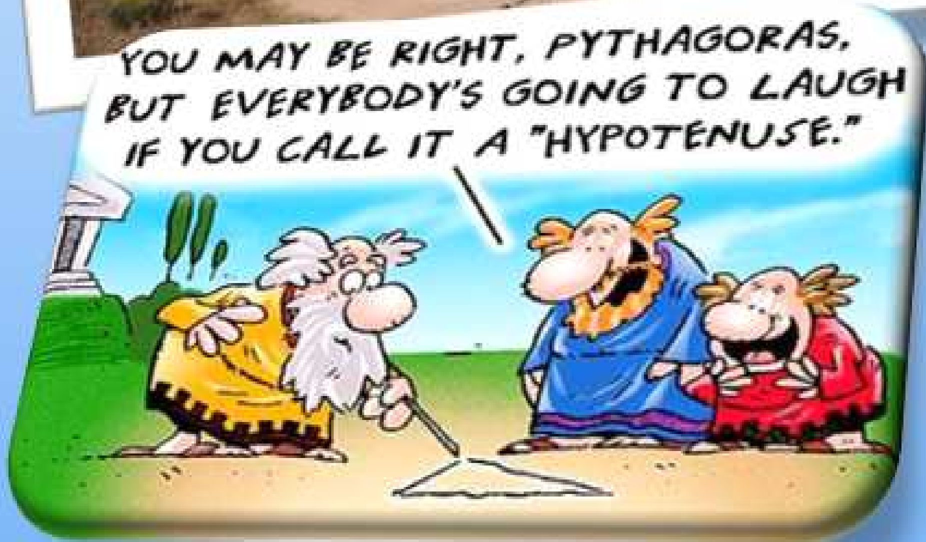
(di note e pause)

metro

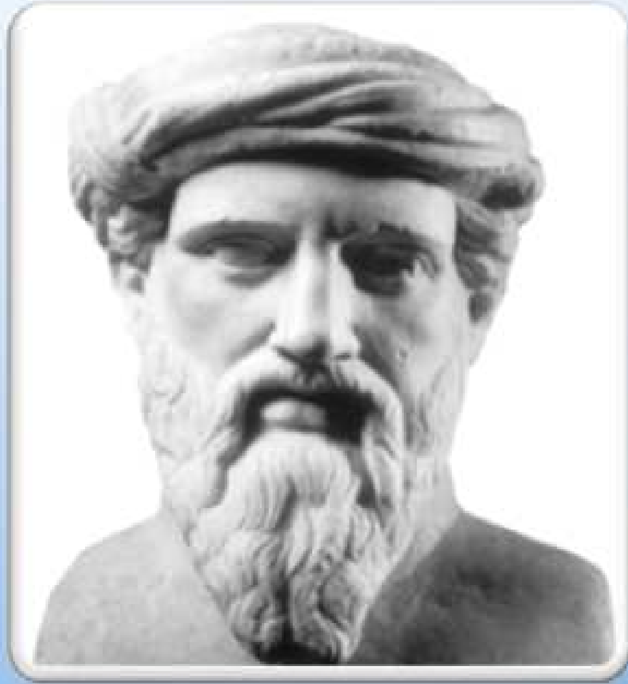
(durata delle battute)

ἡ Κρότων




YOU MAY BE RIGHT, PYTHAGORAS, BUT EVERYBODY'S GOING TO LAUGH IF YOU CALL IT A "HYPOTENUSE."

Q



1. Quando suona l'intervallo

PITAGORA
E LA MUSICA METALLICA

Ipse dixit (et sonavit)

Πυθαγόρας

- *Τετρακτύς* (10)
- *Μουσική* (poesia, cultura)
- *Φιλοσοφία* (spirito di ricerca)
- *Μαθηματικός* (studioso, scienziato)
- *Λόγος* (parola, ragione, rapporto)

$$f_0 = \frac{1}{2\,L}\sqrt{\frac{T}{\rho\,S}}$$

(M. Mersenne 1636)

(F. Gaffurius, 1492)

Paperino e la Matemusica

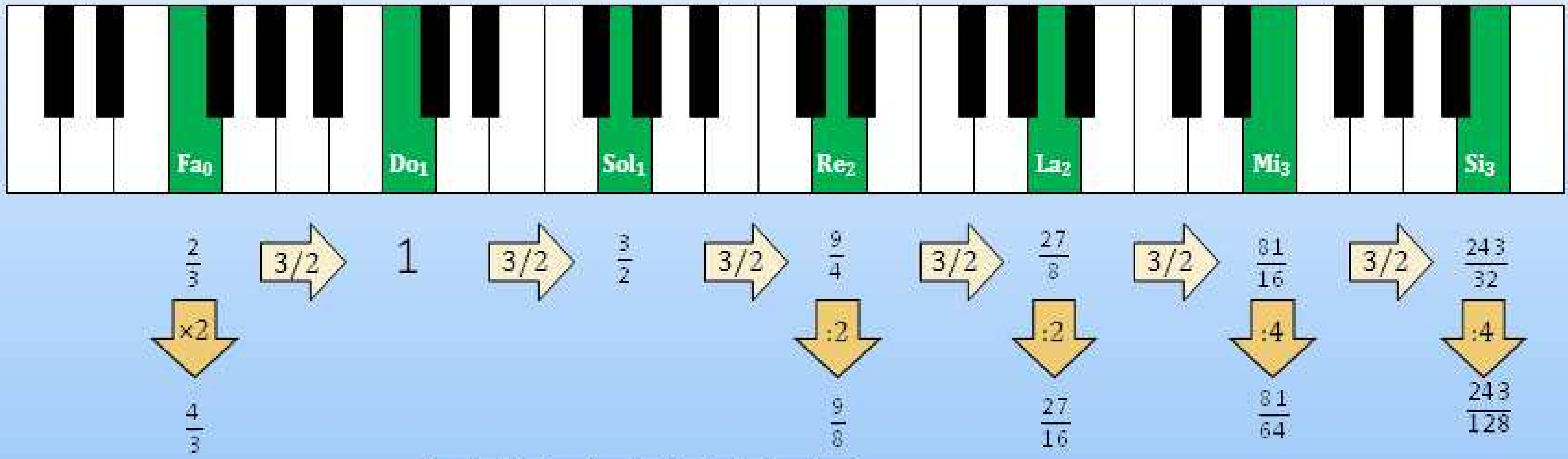
Piacevoli intervalli

Nota	*Lunghezza*	*Peso*	*Frequenza*	*Intervallo*
Do	*1*	*1/1*	*1*	*Unisono*
Fa	*3/4*	*16/9*	*4/3*	*Quarta*
Sol	*2/3*	*9/4*	*3/2*	*Quinta*
Do$_2$	*1/2*	*4/1*	*2*	*Ottava*

intervallo

- ✗ *distanza* tra note
- ✓ *rapporto* tra le loro frequenze

Note con obbligo di frequenza

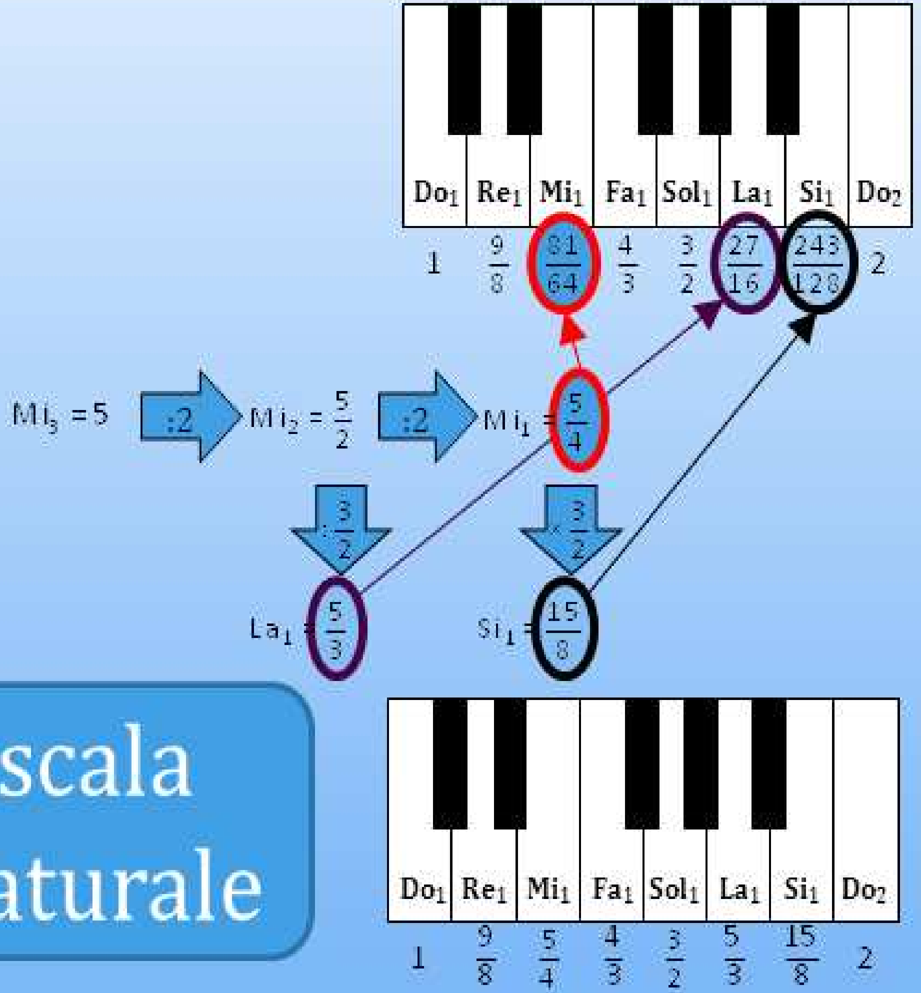


scala pitagorica

Intervalli tra note consecutive:

- tono (9/8)
- semitono (256/243)

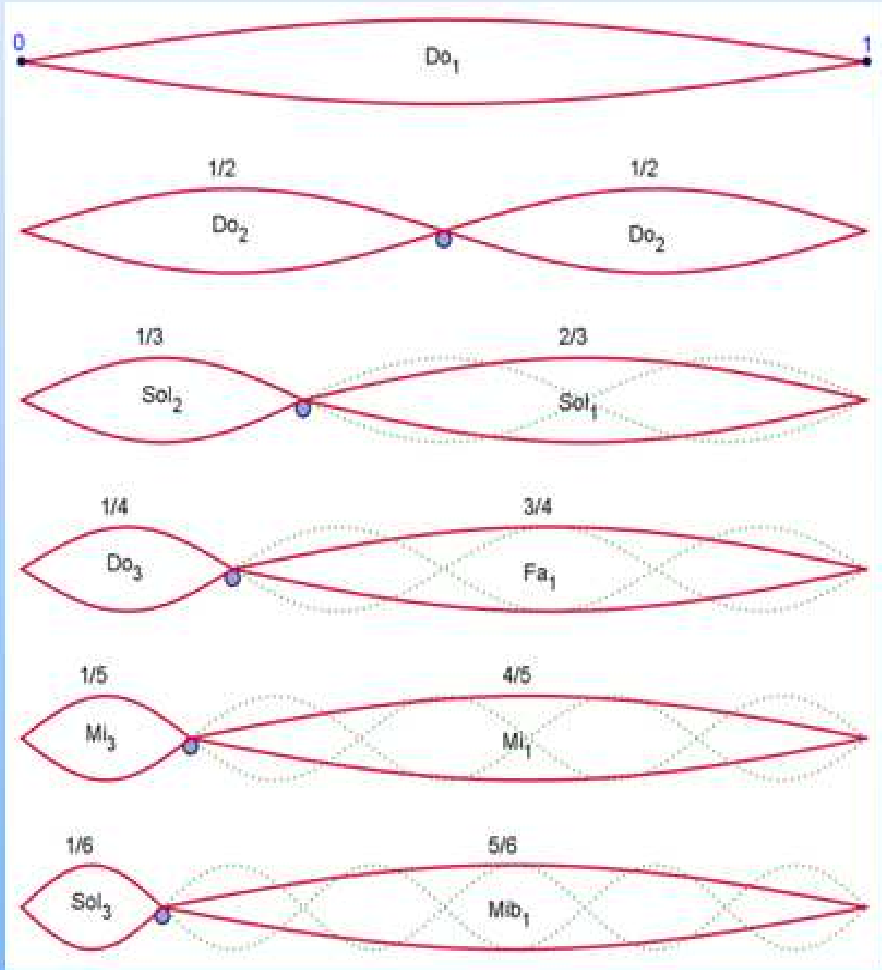
Zarlino, naturalmente



scala naturale

Gioseffo Zarlino (1517 – 1590)

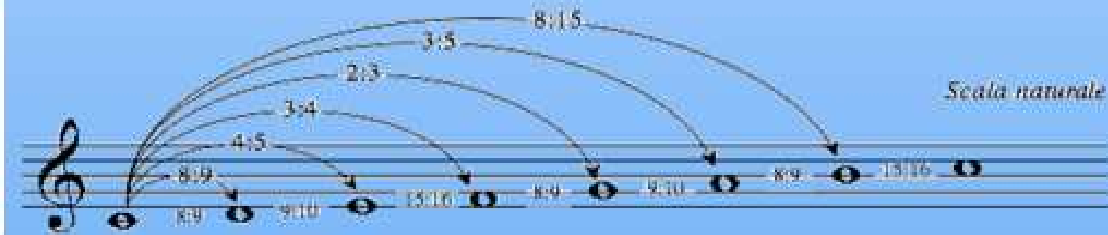
Pregi naturali e difetti indotti



armonici naturali o ipertoni

Difetti

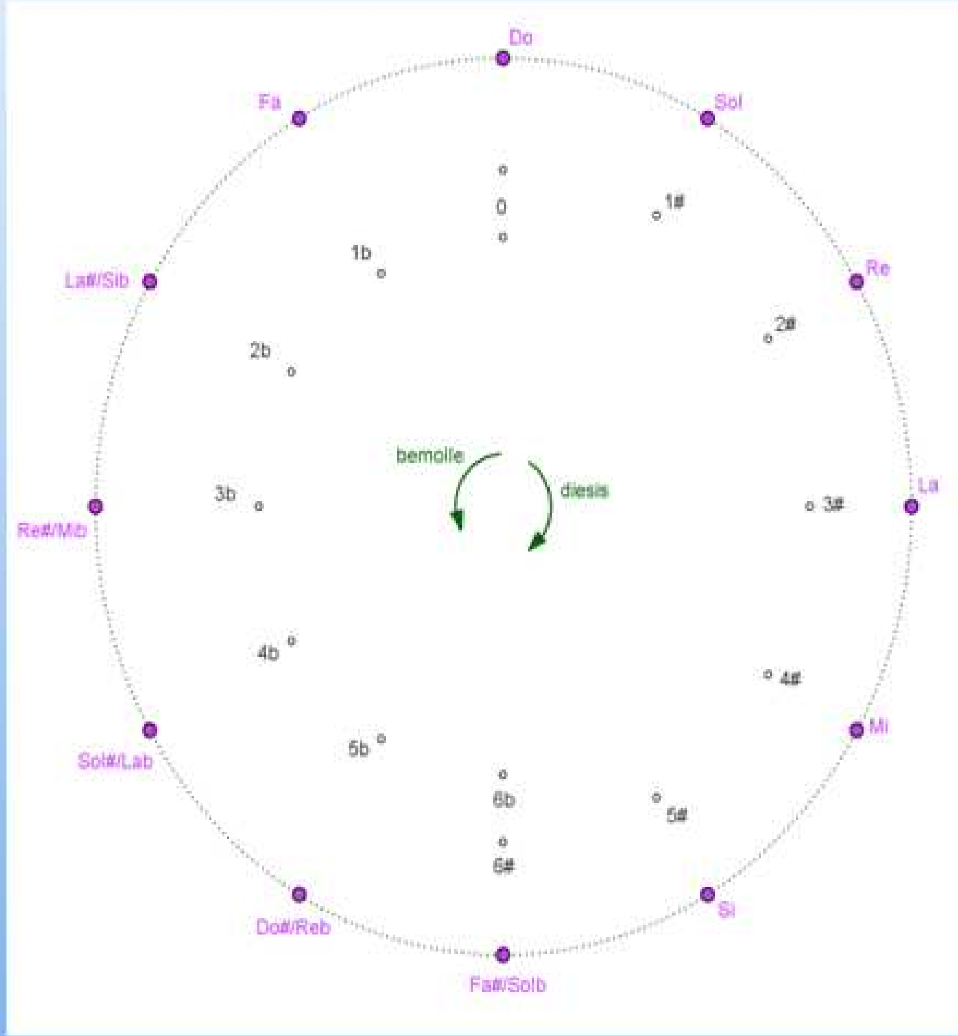
- intervalli tra note consecutive
  - tono maggiore (9/8)
  - tono minore (10/9)
  - semitono (16/15)
- parti ottava non proporzionali
- accordature più difficili



Note di colore

Problemi

1. 2 semitoni ≠ un tono
2. note alterate diverse…
3. …a fine ciclo
4. scala stonata se inizia da un'altra nota



Barriere architettoniche (1)

1. 2 semitoni ≠ 1 tono

Scala pitagorica:

$$\frac{256}{243}\cdot\frac{256}{243}<\frac{9}{8}$$

distano un comma pitagorico:

$$\frac{9}{8}:\left(\frac{256}{243}\right)^2=\frac{3^{12}}{2^{19}}\approx 1.0136>1$$

Scala naturale

$$\frac{15}{16}\cdot\frac{15}{16}<\underset{t.m.}{\frac{9}{10}}<\underset{t.M.}{\frac{9}{8}}$$

2. note alterate diverse

Note enarmoniche

$$Do_1\xrightarrow[+7\ quinte]{}Do\sharp_5=\left(\frac{3}{2}\right)^7\xrightarrow[-4\ ottave]{}Do\sharp_1=\frac{3^7}{2^{11}}$$

$$Do_1\xrightarrow[-5\ quinte]{}Re\flat_{-2}=\left(\frac{2}{3}\right)^5\xrightarrow[+3\ ottave]{}Re\flat_1=\frac{2^8}{3^5}$$

$$\frac{Do\sharp}{Re\flat}=\frac{3^{12}}{2^{19}}$$

Barriere architettoniche (2)

3. spirale di 12 quinte

$$Do_8 = \left(\frac{3}{2}\right)^{12} \xrightarrow[-6\ ottave]{} \frac{Do_8}{2^6} = \frac{3^{12}}{2^{18}} > 2 = Do_2$$

- 7 ottave > 12 quinte:

$$\frac{Do_8/2^6}{Do_2} = \frac{\mathbf{3^{12}}}{\mathbf{2^{19}}}$$

- non è colpa del **12,** $\nexists\, m \in \mathbb{N}$:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = 2^m \leftrightarrow 3^n = 2^{m+n} \leftrightarrow 3 = 2^{m+1}$$

4. altre scale stonate

Ad es. quinta giusta e quinta calante differiscono per un comma sintonico $\frac{81}{80}$:

$$\frac{Sol}{Do} = \frac{3}{2} \neq \frac{40}{27} = \frac{La}{Re}$$

Modulazione possibile se

- il ciclo si chiude
- il semitono è costante

$$\frac{Do_8}{Do_1} = 2^7$$

2. Il restauro della Scala

IL "TEMPERINO" DI J.S. BACH

Ubi deficit ratio

- Richiedere il semitono costante

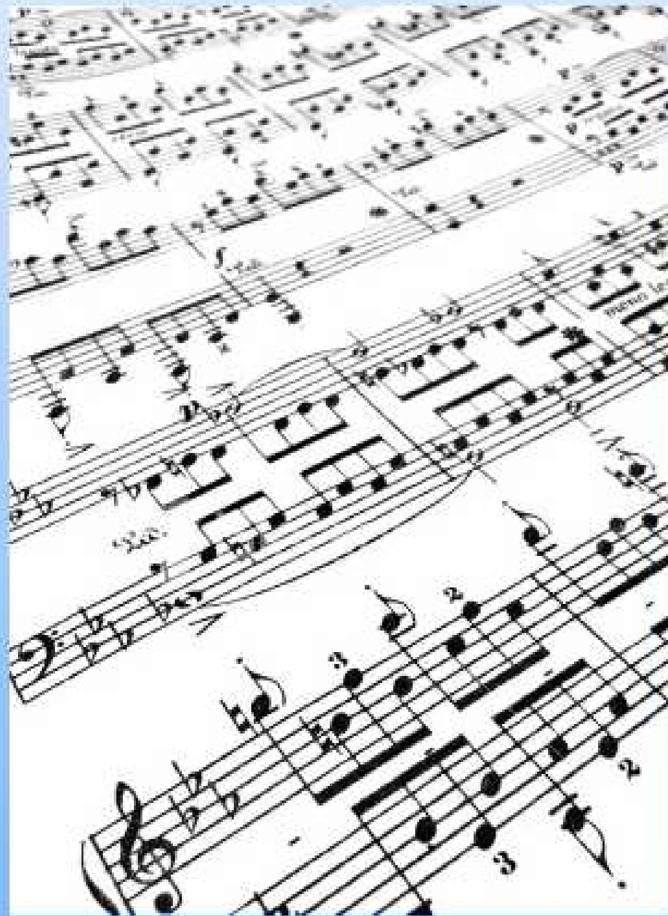
$$\frac{Do\natural_1}{Do_1} = \frac{Re_1}{Do\natural_1} = \cdots = \frac{Do_2}{Si_1} = k$$

equivale a dire che per l'ottava

$$\frac{Do_2}{Do_1} = k^{12} = 2$$

ovvero che

$$\boxed{k = \sqrt[12]{2} \notin \mathbb{Q}}$$



Una scala senza barriere

1. 2 semitoni = 1 tono

Scala equabile:

$$\text{unico } tono = k^2 = \left(\sqrt[12]{2}\right)^2 = \sqrt[6]{2}$$

2. note alterate uguali

3. ciclo di quinte

12 quinte = 7 ottave

$$quinta = k^7 = \sqrt[12]{2^7}$$

$$\frac{Do_8}{Do_1} = (k^7)^{12} = 2^7$$

4. altre scale intonate

stesse sequenze TTSTTTS
con gli stessi rapporti

Temperamento paterno

- Semitono razionale

$$\frac{18}{17} \approx 1.058823 \approx \sqrt[12]{2}$$

- Tono equabile

S. Stevino ▶ *diàtonon syntonon* di Aristosseno

- Tono mesotonico

$$\underbrace{\frac{Mi}{Do} = \frac{5}{4}}_{terza\ giusta} \Rightarrow \underbrace{\frac{Re}{Do} = \frac{\sqrt{5}}{2}}_{tono}$$

Vincenzo Galilei (1520 – 1591)

Il compromesso (s)tonico

A. Werckmeister (1645-1706)

- 5 quinte mesotoniche
  + 7 quinte pitagoriche

$$\left(\sqrt[4]{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 \approx 127.75 \approx 128 = 2^7$$

- «Tra due tasti bianchi ci sarebbe bisogno di due neri, invece di uno solo. È un trucco, il piano è uno strumento falso»

Il temperino di Bach

- temperamento “buono”

Clavicembalo ben temperato →

- due libri (1722 e 1744)
- coppie preludio + fuga nelle 24 tonalità

Mettiamoli d'accordo

PRO

- Tonalità con pari dignità
- **G.W Leibniz** (1709)
  solo orecchi allenati colgono le "stonature" della scala equabile
- **C. Debussy** (fine '800)
  uso della *scala esatonale*
- **A. Schönberg** (1912)
  musica dodecafonica

CONTRO

- Tonalità senza "personalità"
- **G. Tartini** (1754)
  bollò il temperamento equabile com e inaccettabile
- **M. Mersenne, J-P. Rameau** ('6-700)
  la teoria dei suoni armonici dà la giustificazione scientifica della "naturalità" della scala di Pitagora e Zarlino.

Non è sempre la solita solfa

Sist. equabile	vs.	Sist. naturale
Semitono $\sqrt[12]{2} \approx 1.059$	*poco più grande del*	Semitono pitagorico $\frac{256}{243} \approx 1.053$
Tono $\sqrt[6]{2} \approx 1.122$	*poco più piccolo del*	Tono maggiore $\frac{9}{8} \approx 1.125$
Quinta $\sqrt[12]{2^7} \approx 1.498$	*poco più piccola della*	Quinta $\frac{3}{2} \approx 1.500$

	Naturale				Equabile				Equ vs Nat	
Nota	Freq (Hz)	Nota/Do	Δ (Hz)	Nota/prec	Freq (Hz)	Nota/Do	Δ (Hz)	Nota/prec	Δ (Hz)	Δ (%)
Do_3	264,0	1,00	-	-	261,6	1,00	-	-	-2,4	0,9
Do♯	275,0	1,04	11,0	1,04	277,2	1,06	15,6	1,06	2,2	-0,8
Re♭	285,1	1,08	10,1	1,04					-7,9	2,8
Re	297,0	1,13	11,9	1,04	293,7	1,12	16,5	1,06	-3,3	1,1
Re♯	309,4	1,17	12,4	1,04	311,1	1,19	17,5	1,06	1,8	-0,6
Mi♭	316,8	1,20	7,4	1,02					-5,7	1,8
Mi	330,0	1,25	13,2	1,04	329,6	1,26	18,5	1,06	-0,4	0,1
Fa	352,0	1,33	22,0	1,07	349,2	1,33	19,6	1,06	-2,8	0,8
Fa♯	366,7	1,39	14,7	1,04	370,0	1,41	20,8	1,06	3,3	-0,9
Sol♭	380,2	1,44	13,5	1,04					-10,2	2,7
Sol	396,0	1,50	15,8	1,04	392,0	1,50	22,0	1,06	-4,0	1,0
Sol♯	412,5	1,56	16,5	1,04	415,3	1,59	23,3	1,06	2,8	-0,7
La♭	422,4	1,60	9,9	1,02					-7,1	1,7
La_3	440,0	1,67	17,6	1,04	440,0	1,68	24,7	1,06	-	-
La♯	458,3	1,74	18,3	1,04	466,2	1,78	26,2	1,06	7,8	-1,7
Si♭	475,2	1,80	16,9	1,04					-9,0	1,9
Si	495,0	1,88	19,8	1,04	493,9	1,89	27,7	1,06	-1,1	0,2
Do_4	528,0	2,00	33,0	1,07	523,3	2,00	29,4	1,06	-4,7	0,9

Rappresentazione del modello

3. Sulla scala a ritmo di Log

G.W. LEIBNIZ E I "NUMERI DEI RAPPORTI"

Perché ci vuole orecchio

- **H. von Helmholtz**
  teoria posizionale (1863)
  - la struttura fisiologica del nostro orecchio ci fa percepire le **frequenze** delle note in modo **moltiplicativo**
  - un intervallo musicale, come verificato sin da Pitagora, è determinato dal loro **rapporto**
- **G.W. Leibniz**
  - 1709: esamina « *per mezzo dei Logaritmi l'antica suddivisione dell'ottava in 12 parti uguali, che Aristosseno già seguiva* » e si accorge dell'utilità
  - 1712: scrive a C. Goldbach *"Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi"*

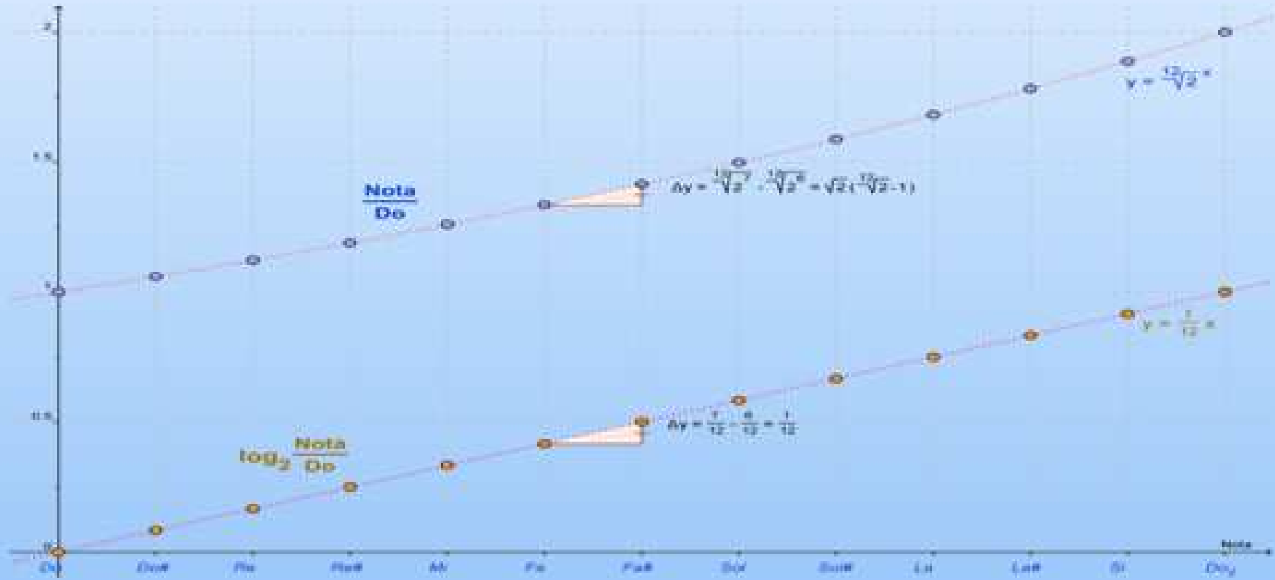
Le relazioni rivelano il temperamento

- Ottava

$$\log_2 \frac{Do_2}{Do_1} = 1$$

- Semitono

$$\log_2 \sqrt[12]{2} = \frac{1}{12}$$



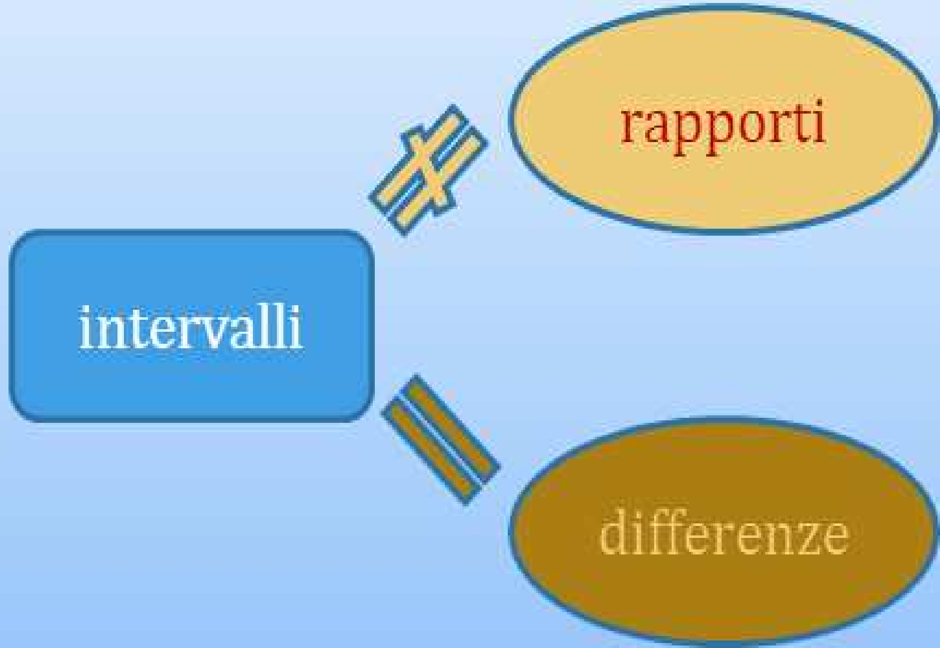
- Intervallo generico R

$$R = \left(\sqrt[12]{2}\right)^n \Rightarrow n = 12 \log_2 R$$

Logaritmo = "numero dei rapporti"

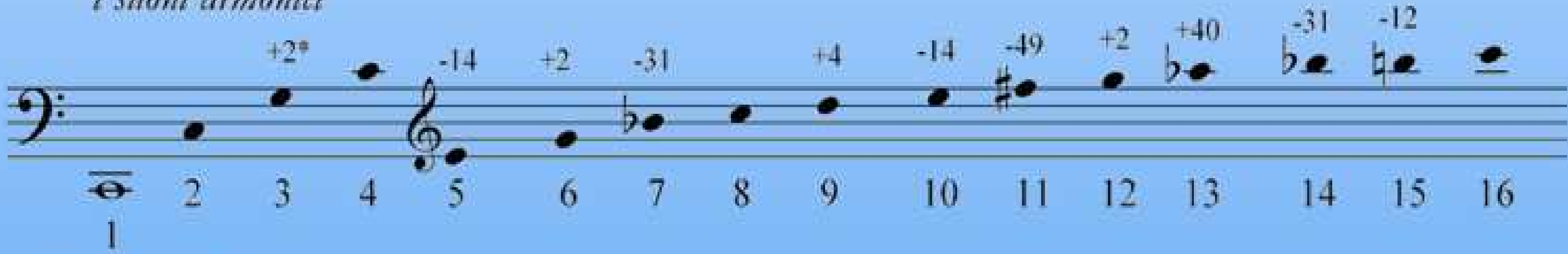
Una nota di pochi centesimi

- **A. Ells** (1885)
  "quantizzò" *n* in modo che
  1 semitono = 100 *cent*
  1 ottava = 1200 *cent*



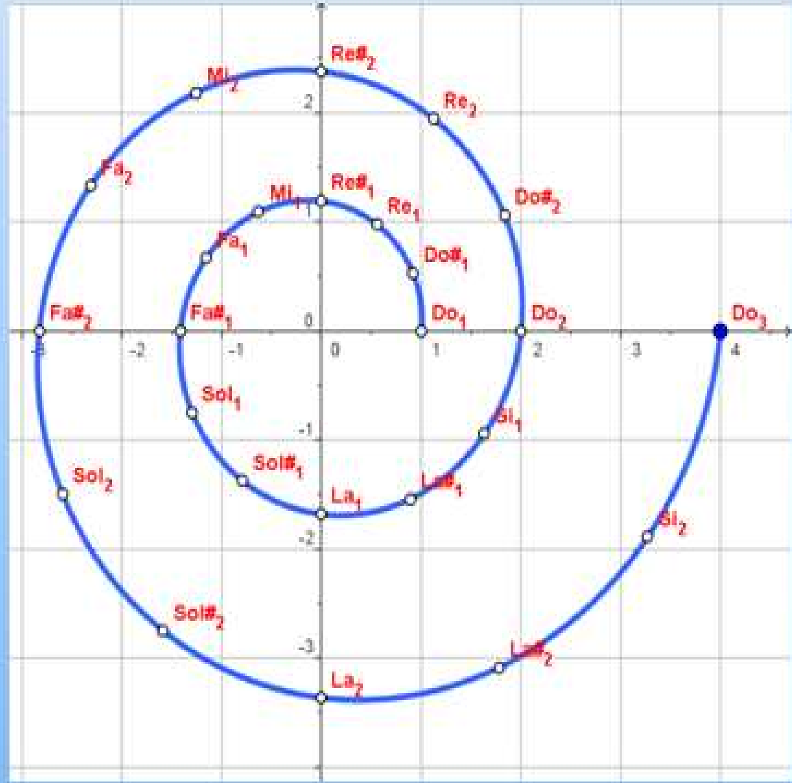
$$n = 1200 \log_2 R$$

i suoni armonici



* in *cents*, confrontati con la scala temperata

Orecchio in base 2



4. Onda su onda su onda...

J.B. D'ALEMBERT FA LUCE SUL SUONO

Va in onda d'Alembert

Estratto dalla *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* (1765)

SON, ſ. m. (*Phyſ.*) eſt une perception de l'ame qui lui eſt communiquée par le ſecours de l'oreille : ou bien c'eſt un mouvement de vibration dans l'air, qui eſt porté juſqu'à l'organe de l'ouie. *Voyez* OUIE.

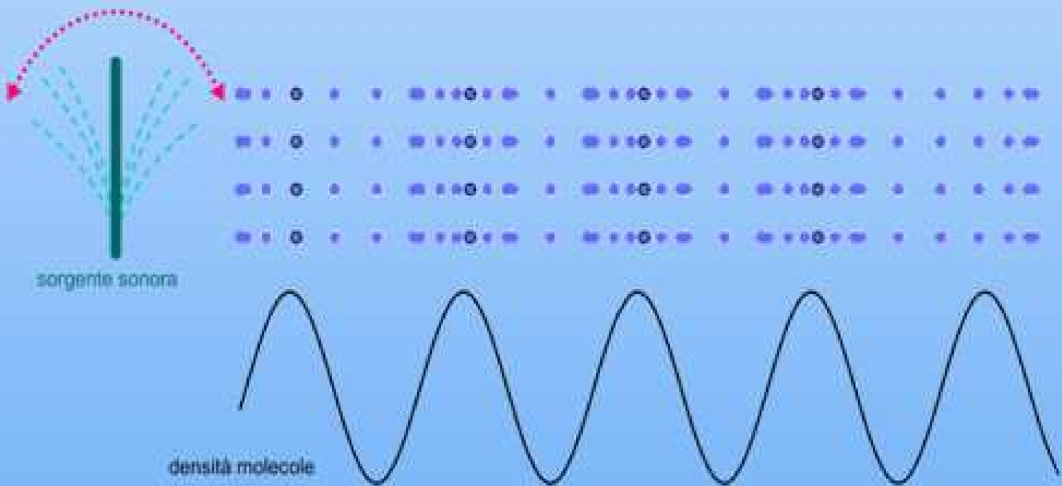
Pour éclaircir la cauſe du *ſon*, nous obſerverons, 1°. que pour produire le *ſon*, il faut néceſſairement du mouvement dans le corps ſonore.

Estratto da *Wikipedia* vers. italiana (2010)

Suono

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Il suono (dal latino *sonus*) è la sensazione data dalla vibrazione di un corpo in oscillazione. Tale vibrazione, che si propaga nell'aria o in un altro mezzo elastico, raggiunge l'orecchio che, tramite un complesso meccanismo interno, è responsabile della creazione di una sensazione "uditiva" direttamente correlata alla natura della vibrazione.



Equazione:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Soluzione:

$$f(x,t) = f_-(x-t) + f_+(x+t)$$

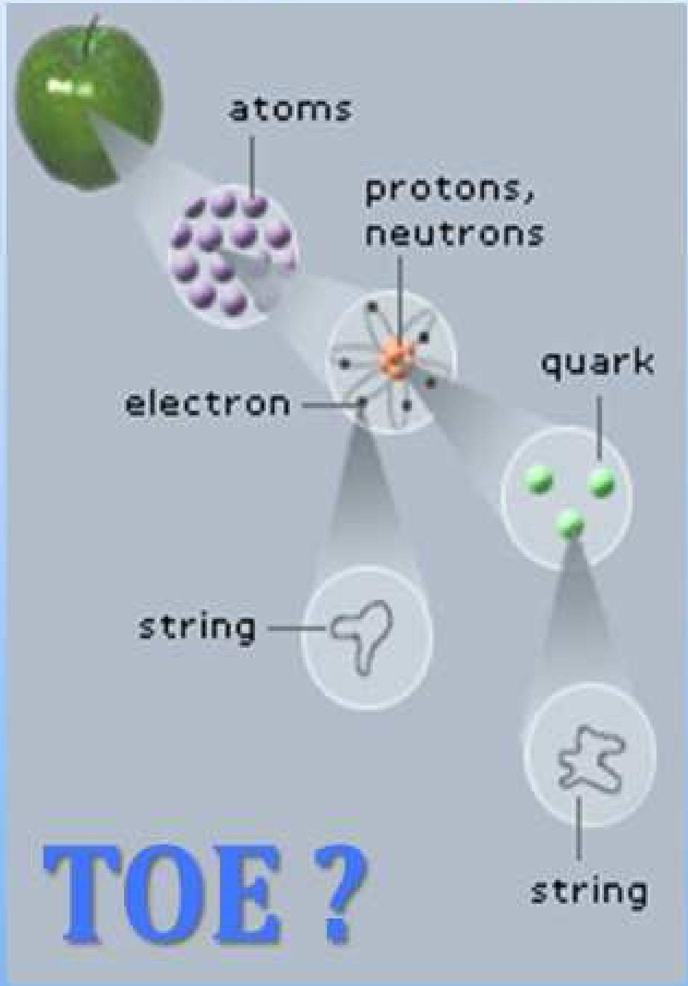
Molle e stringhe

Robert Hooke (1676)

"The power of any springy body is in the same proportion with the extension"

Isaac Newton (1687)

"The change of motion is proportional to the motive force impressed"



Si sovrappone Eulero

Equazione:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{v}^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

Soluzione:

$$f(x,t) = f_-(x - \boldsymbol{v}\,t) + f_+(x + \boldsymbol{v}\,t)$$

$$f(x,t) = A_1 f_1(x,t) + A_2 f_2(x,t) + \cdots + A_n f_n(x,t)$$

Principio di sovrapposizione

ogni perturbazione = c.l. di onde piane

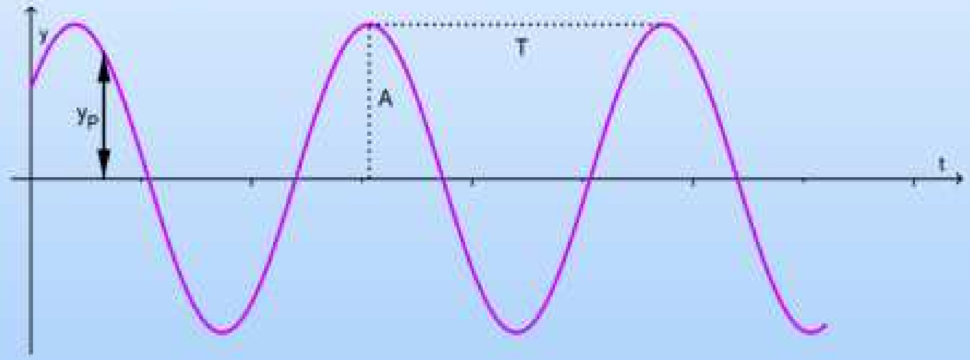
⇕

più perturbazioni = onda loro somma

Onde armoniche piane

$$y = A\sin(kx \mp \omega t + \varphi)$$

$\varphi = x = 0 \Rightarrow y = A\sin\omega t$



Frequenza $\nu = \frac{1}{T}$

Lunghezza d'onda $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

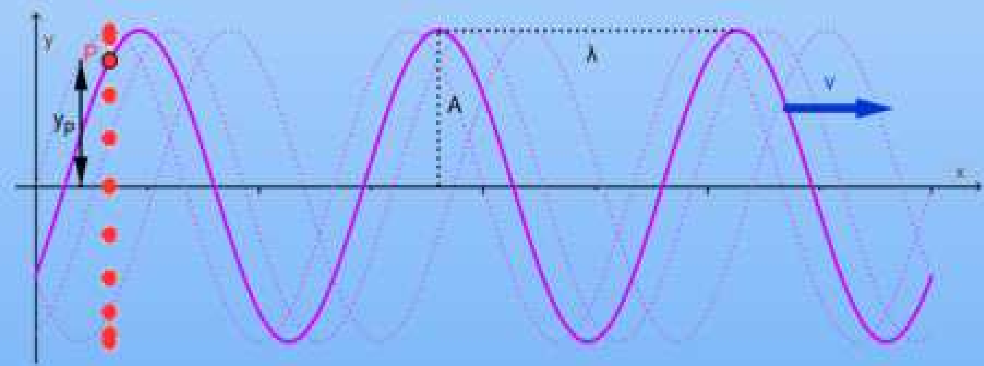
Numero d'onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Periodo $T = \frac{\lambda}{v}$

Pulsazione $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Velocità di prop. $v = \frac{\lambda}{T}$

$t = 0, \omega = 1 \Rightarrow y = A\sin kx$



OPUSCULES

MATHÉMATIQUES.

PREMIER MÉMOIRE.

Recherches sur les vibrations des Cordes sonores.

J'AI donné, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Prusse pour l'année 1747, des recherches sur les vibrations des cordes sonores, qui ont été attaquées par Messieurs Bernoulli & Euler, dans les Mémoires de la même Académie pour l'année 1753. La lecture de leurs Mémoires & des miens suffiroit peut-être pour me mettre à couvert de leurs attaques; car chacun de ces grands Géometres, pris séparé-

Opusc. Math. Tom. I. A

2 SUR LES VIBRATIONS

ment, semble m'accorder ce que l'autre me nie. Néanmoins la difficulté de la question, qui ne peut avoir que très-peu de Juges, & le nom de mes deux Adversaires, m'engagent à soumettre au jugement des Savans les objets de notre contestation. Je donnerai d'abord une solution nouvelle du Problême des cordes vibrantes, encore plus simple que celle que j'ai déja donnée dans les Mémoires déja cités; j'y joindrai quelques remarques relatives à cette solution, & l'application de ma méthode à différens Problêmes sur les vibrations des cordes sonores; je répondrai ensuite aux objections de Messieurs Euler & Bernoulli.

§ I. Soit *AMB* (*Fig.* 1.) une corde en vibration, $AP = x$, $PM = y$, $AB = a$; on suppose que les vibrations sont fort petites; ainsi on peut faire $Mm = dx$. L'ordonnée *PM* ne peut être qu'une fonction de l'abscisse x, & du tems t écoulé depuis le commencement du mouvement; & si on imagine que la corde se meuve de *P* vers *M*, & qu'on nomme *F* la force retardatrice du point *M*, p la pesanteur, θ le tems qu'un corps pesant mettroit à parcourir l'espace quelconque e, on aura $-\frac{ddy}{dt^2} = \frac{F\,2e}{p\,\theta^2}$, équation dont le premier membre exprime le coëfficient de dt^2, lorsqu'on prend la différence seconde de y, en ne faisant varier que t & en supposant dt constant.

Or la force retardatrice *F* est égale à la force de tension multipliée par l'angle de contingence en *M*, & di-

DES CORDES SONORES. 3

visée par la petite masse à mouvoir *Mm* ou dx. La force de tension peut être supposée $= pma$, c'est-à-dire, en raison de m à 1, avec le poids de la corde pa (a étant la longueur de la corde, & p la gravité); & l'angle de contingence est $-\frac{ddy}{dx}$, en ne faisant varier que x. Donc $F = -\frac{pma\,ddy}{dx^2}$; donc faisant la substitution, & supposant (ce qui est permis) $2ema = \theta^2$, on aura $-\frac{ddy}{dt^2} = -\frac{ddy}{dx^2}$ ou $\frac{d\left(\frac{dy}{dt}\right)}{dt} = \frac{d\left(-\frac{dy}{dx}\right)}{dx}$; d'où il s'ensuit que si on fait $dy = p\,dt + q\,dx$, on aura $\frac{dp}{dt} = \frac{dq}{dx}$, & que par conséquent $p\,dx + q\,dt$ sera une différencielle exacte, aussi-bien que $p\,dt + q\,dx$; donc si on fait $du = p\,dx + q\,dt$, on aura $dy + du = \overline{p+q}\cdot\overline{dx+dt}$ & $dy - du = \overline{p-q}\cdot\overline{dt-dx}$; donc $y + u = \phi(x+t)$ & $y - u = \Delta(x-t)$; donc $y = \frac{\phi(x+t)}{2} + \frac{\Delta(x-t)}{2}$, ou plus simplement $y = \phi(x+t) + \Delta(x-t)$; c'est l'équation générale des cordes vibrantes, attachées ou non par deux points fixes.

Sur cette solution si simple je ferai d'abord une remarque en passant. M. Euler, dans les Mémoires de l'Académie de Berlin 1753, est parvenu à la même équation que moi; mais, ce me semble, par une méthode

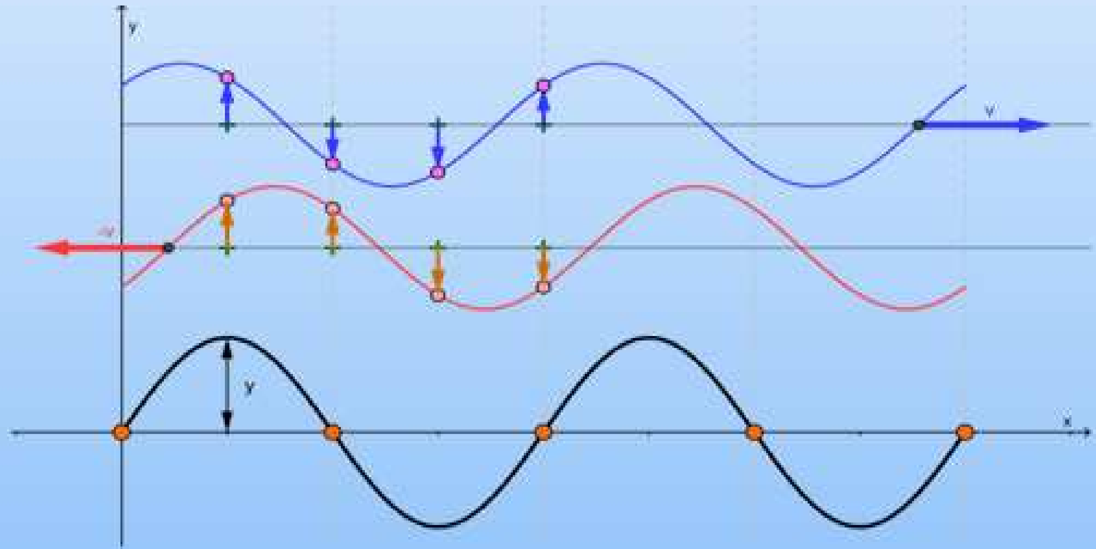
A ij

"Recherches sur le vibrations des Cordes sonores" (1761)

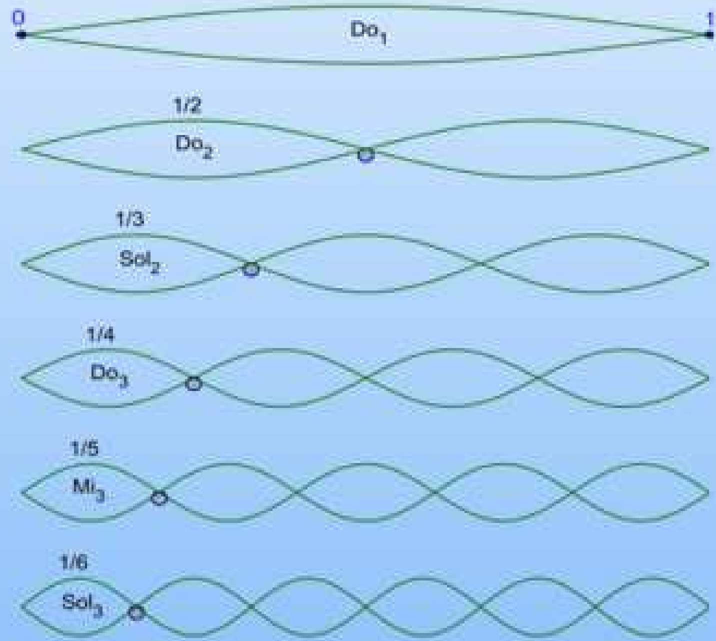
D'Alembert riferisce delle polemiche con Eulero e D. Bernoulli dopo la memoria del 1747

Eppur non si muove

Onda stazionaria



Armonici naturali



Le due onde "opposte" hanno entrambe lunghezza L/n

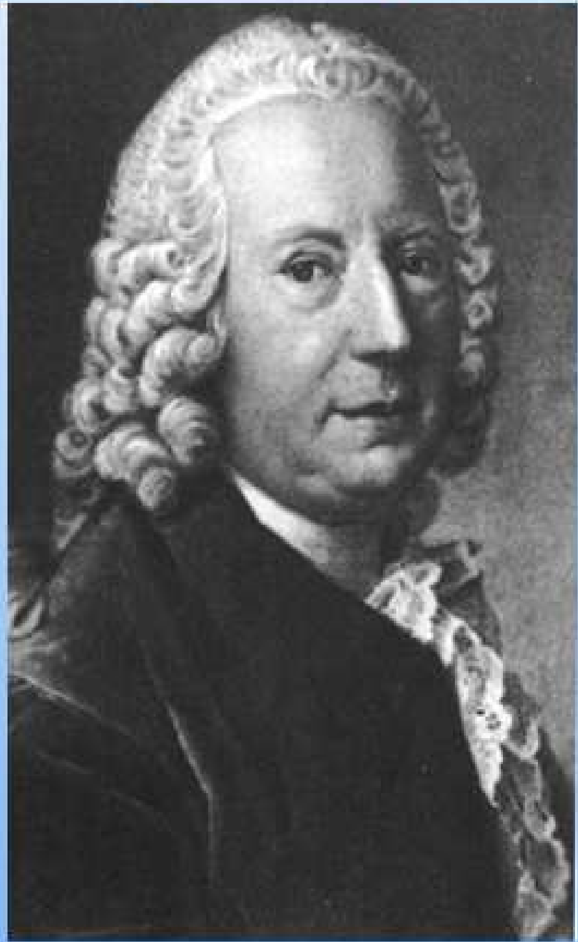
⇨ la risultante è un'***onda stazionaria***: non si propaga e possiede *nodi* e *ventri*

Daniel Bernoulli tira le somme

Soluzione generale:

$$f(x) = \sum_n A_n \sin k_n x$$

- **serie trigonometrica**
  il suono emesso da una corda vibrante è la somma (c.l.) dei suoi infiniti ***armonici***



Di-battimenti sulla consonanza

Interferenza

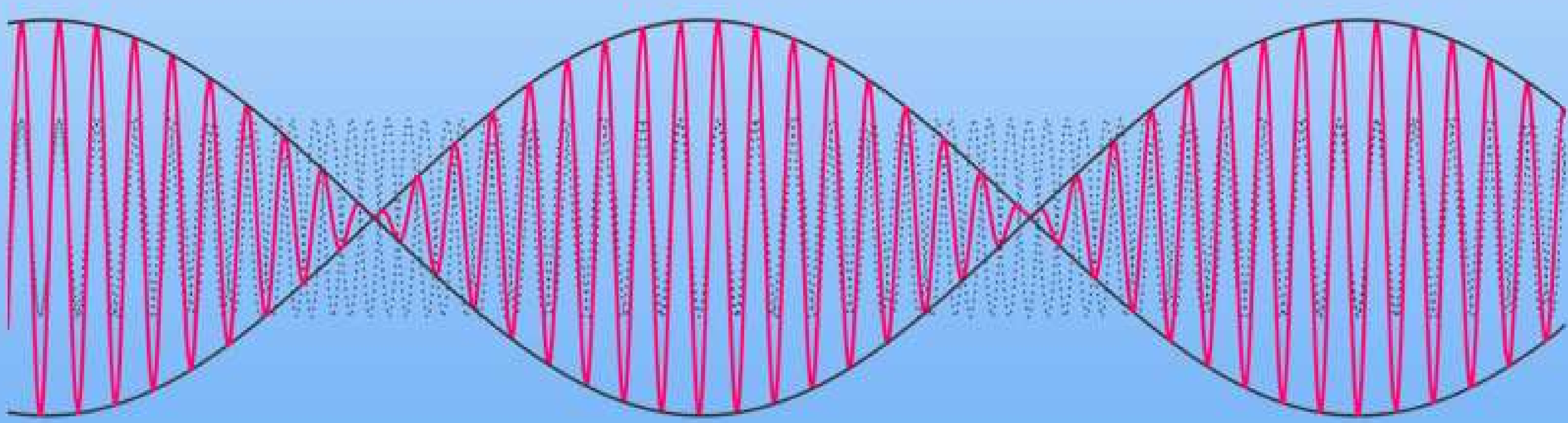
$$f(t) = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t \qquad \text{con } \omega_1 > \omega_2$$

$\Downarrow$

Intonazione

$$f(t) = 2 \cdot \underbrace{\cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t}_{\Omega} \cdot \underbrace{\sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t}_{\omega_B} = \underbrace{2 \cos \Omega t}_{A(t)} \cdot \sin \omega_B t$$

Battimenti generati dai suoni con ω_1=440 Hz (La_4) e ω_2=466 Hz



Suoni consonanti

per Galileo

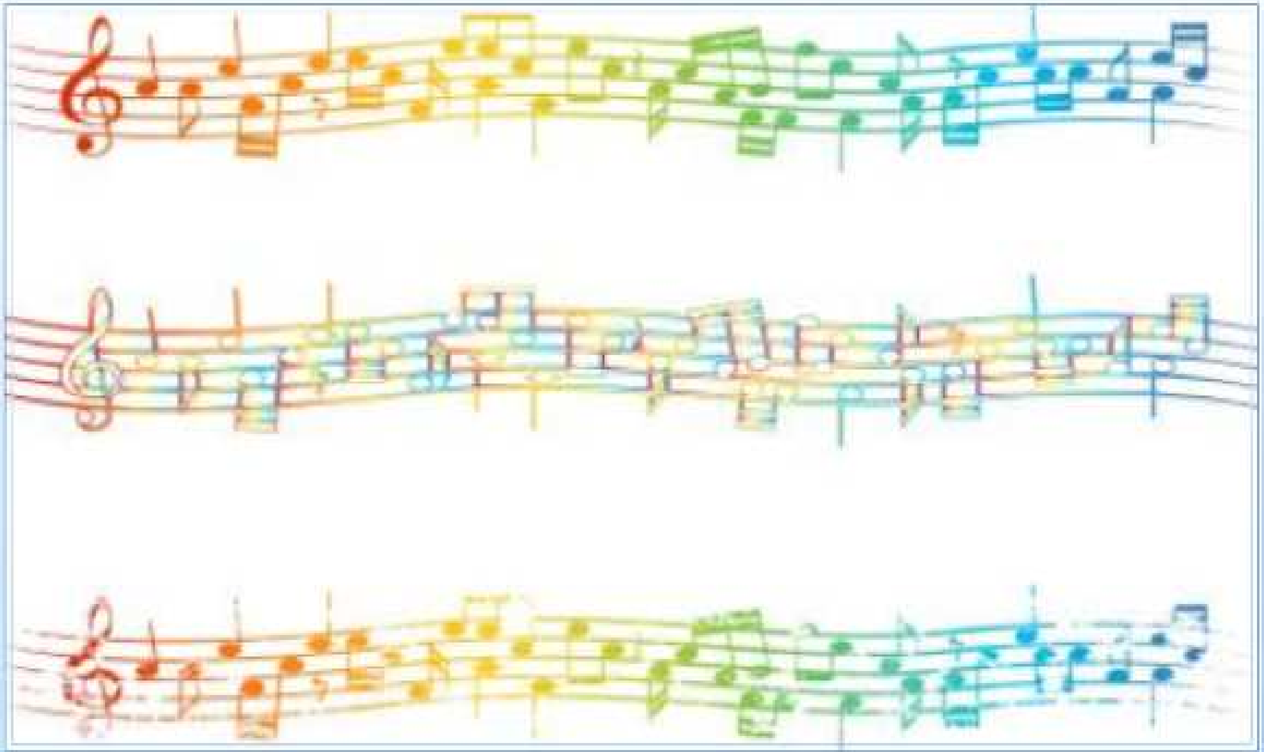
- suoni con rapporti di frequenze semplici: l'orecchio «apprezza» la regolarità del suono risultante

per Von Helmoltz

- suoni con primi armonici simili ⇔ con battimenti molto deboli

Equazioni di Maxwell (1873)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 2.99 \cdot 10^8 \, m/s$$



Scala cromatica ⇔ Arcobaleno

Grenoble


THE
BEATLES


Alan M. Turing, codebreaker
and an Enigma Code Machine
30p
ST HELENA

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L}\right)$$

5. Suoni prodotti in serie

LA SINTESI DI J.B. “FAB” FOURIER

L'orbo che vedeva (molto) lontano

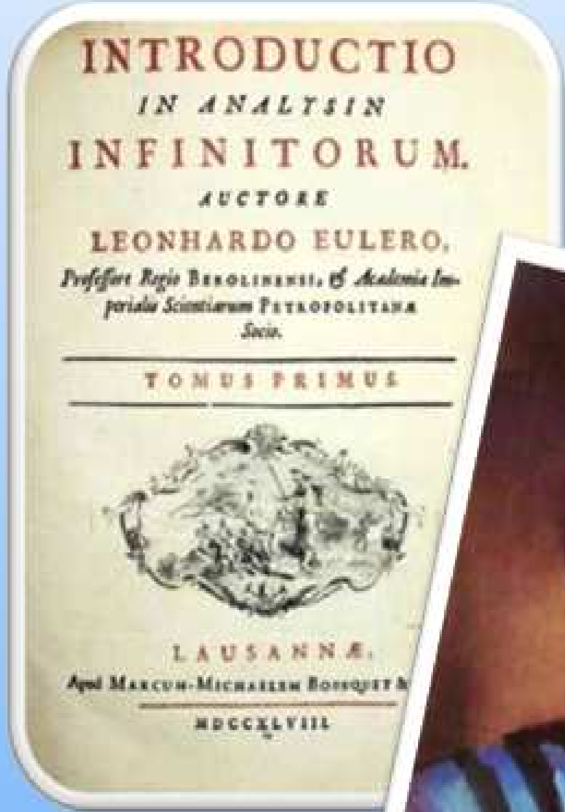
Oscillatore armonico

$$y'' + y = 0$$

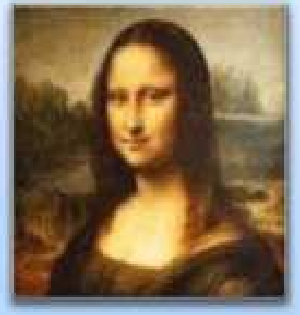
Soluzioni:

- $y(x) = Ae^{ix} + Be^{-ix}$
- $y(x) = \alpha \sin(x + \beta)$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$


INTRODUCTIO
IN ANALYSIN
INFINITORUM.
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio Berolinensi, & Academiæ Imperialis Scientiarum Petropolitanæ Socio.
TOMUS PRIMUS.
LAUSANNÆ,
Apud Marcum-Michaelem Bousquet &
MDCCXLVIII.

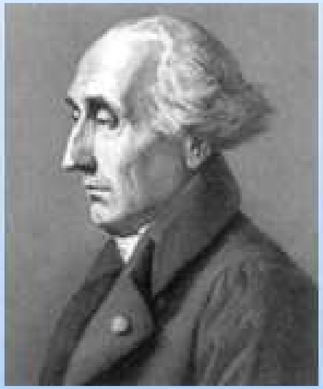
Quel capolavoro di Leonardo



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Leonh. Euler

Onde periodiche di calore



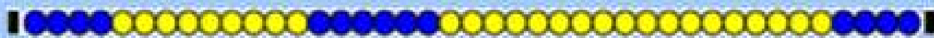
J.L. Lagrange (1758)

$per\ N \to \infty$

Equazione d'onda:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \blacktriangleright \quad u(x,t) = A \sin kx \sin akt$$

J. Fourier (1807)



$per\ N \to \infty$

Equazione del calore:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \blacktriangleright \quad u(x,t) = \sum_k b_k \sin kx \, e^{-a^2 k^2 t}$$

Codice Fourier

- ogni funzione periodica si può esprimere tramite una serie trigonometrica

armonica n-ma

$$f(x) = \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}}_{forma\ complessa} = \underbrace{\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)}_{forma\ reale}$$

$f \in L^2[0,2\pi]$
con $T = 2\pi$

$$a_0 = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)dx$$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos nx\, dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin nx\, dx$$

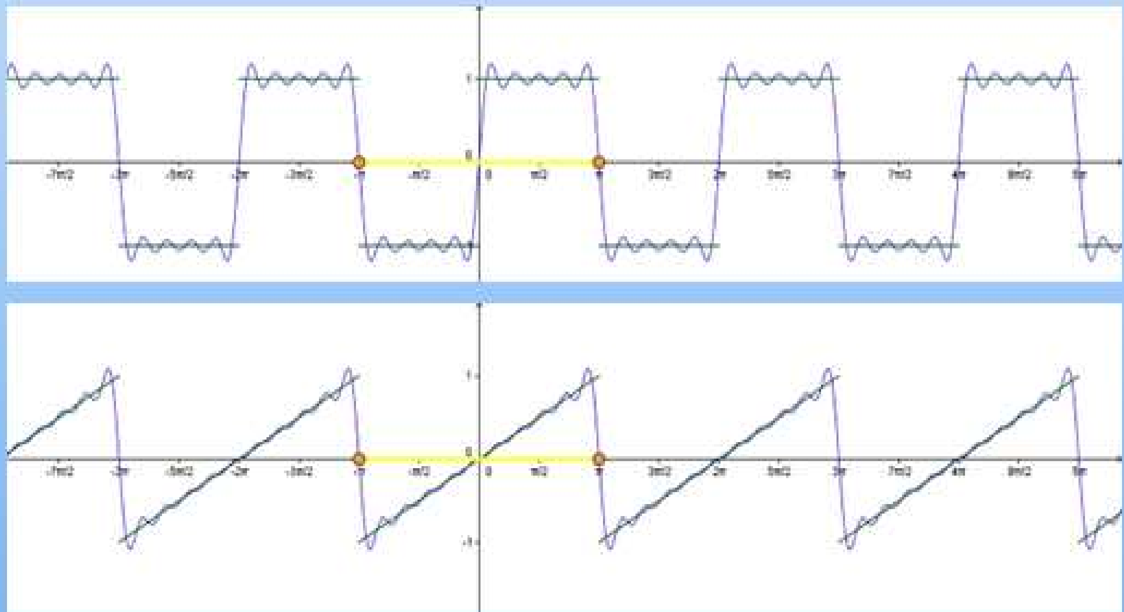
$$a_0 = 2c_0 \qquad c_0 = a_0/2$$

$$a_n = c_n + c_{-n} \longleftrightarrow c_n = (a_n - ib_n)/2$$

$$b_n = i(c_n - c_{-n}) \qquad c_{-n} = (a_n + ib_n)/2$$

Analisi e Sintesi armonica

- Ciascun suono può essere
  - <u>scomposto</u> nelle proprie componenti fondamentali *(analisi armonica)*
- <u>riprodotto</u> fedelmente sommando opportune onde sonore semplici *(sintesi armonica)*



Suoni di un certo carattere

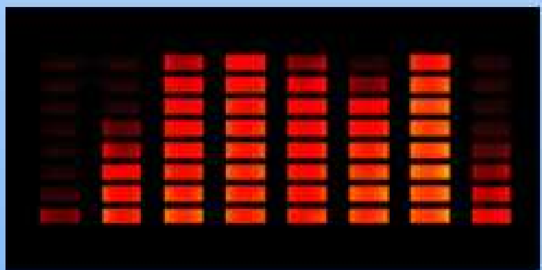
- Frequenza ▶ ALTEZZA
- Ampiezza ▶ INTENSITÀ
- Forma ▶ TIMBRO

von Helmholtz 1863

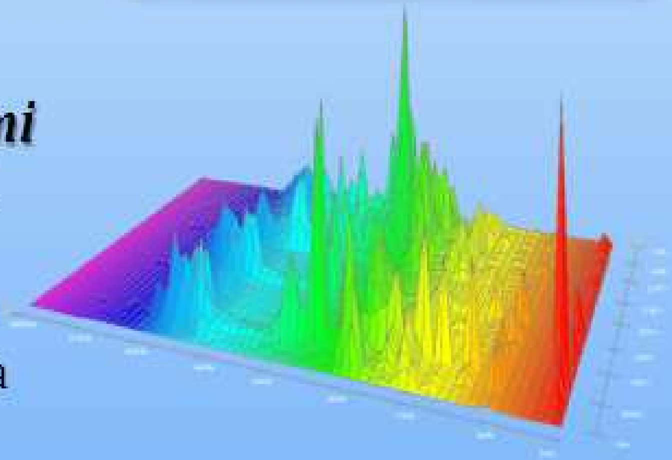
Campioni dal mondo

Inviluppo
variazione nel tempo *(s)* dell'*ampiezza* dell'onda *(dB)*

Sonogrammi
distribuzione nel tempo *(s)* delle *frequenze* *(kHz)*

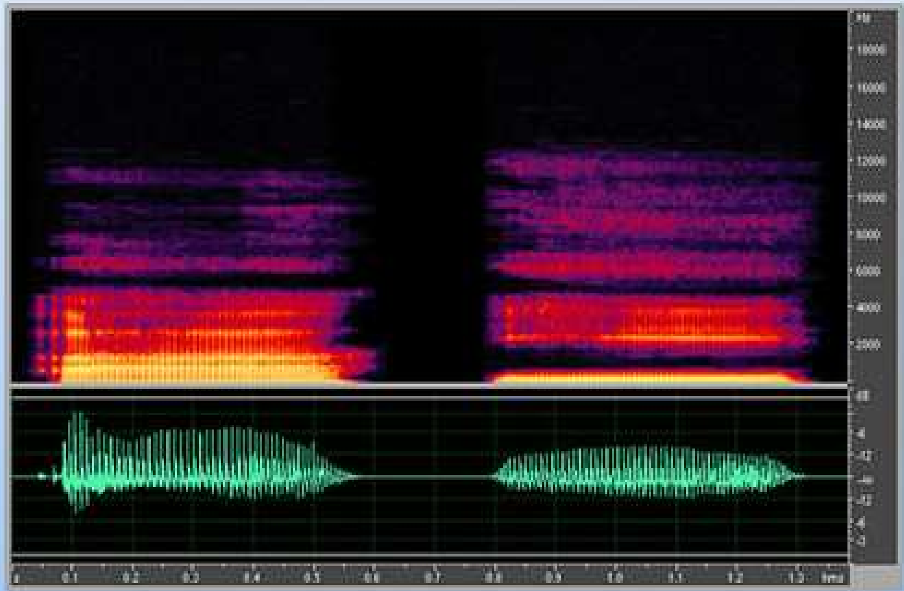


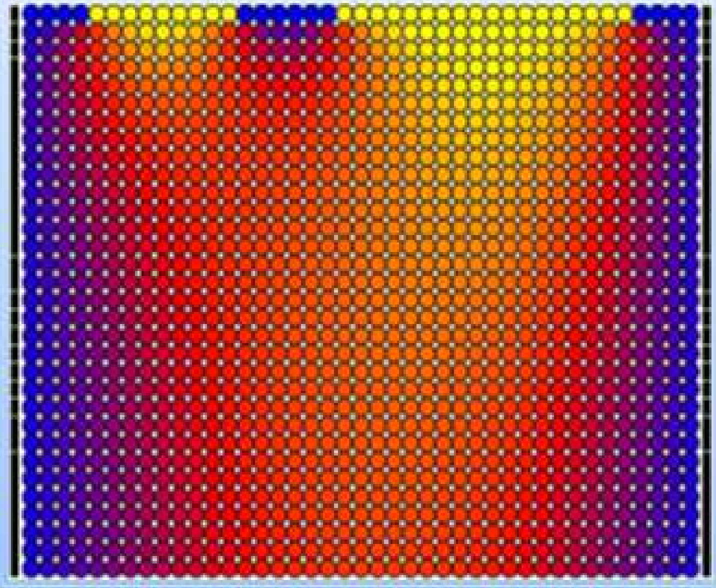
Spettrogrammi
variazione nel tempo *(s)* dell'ampiezza *(dB)* di ciascuna *frequenza*



Visualizz. 3D
ampiezza *(dB)* nel tempo *(s)* di ogni *frequenza* *(kHz)*

Heat parade

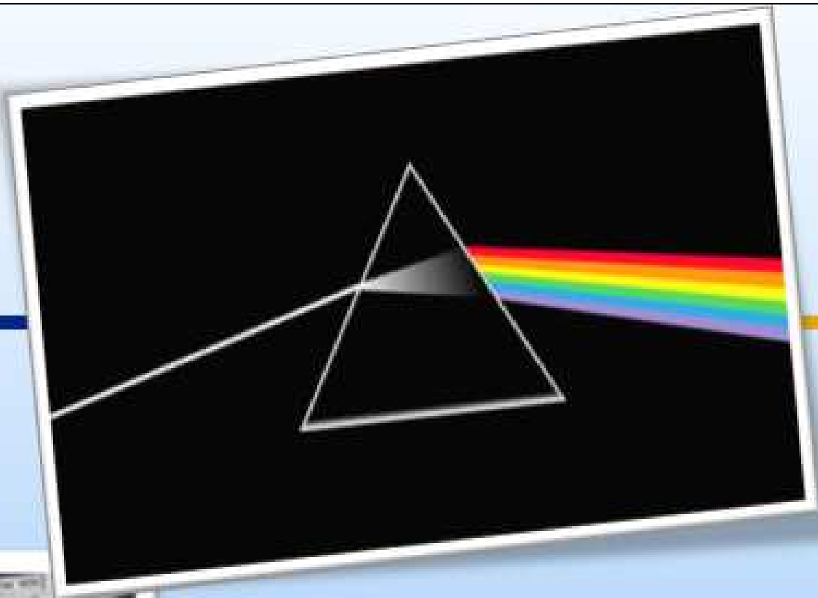


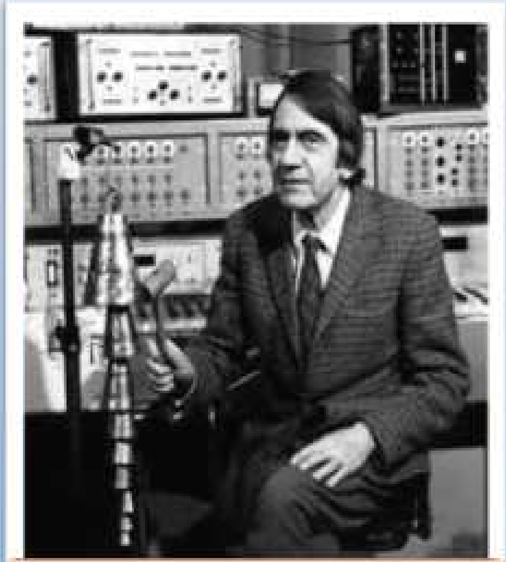


- ***teoria delle formanti*** dipendenza da sorgente, risuonatore e adattatore

Voce umana (*“a”* ed *“i”*)
VS
Propagazione del calore

Rumore bianco





base: "oggetto sonoro"

Parigi – ORTF – 1948

P. Schaeffer

Musique Concrète

base: oscillatori

Colonia – WDR – 1953

K.H. Stockhausen

Elektronische Musik

base: percezione

Milano – RAI – 1955

L. Berio

Musica elettroacustica

Ufficio Semplificazioni Affari Complessi

intersezioni

- eq. differenz. non lineari
  Eulero 1739
- teoria onde sonore
  Lagrange 1759
- perturbazioni orbite dei pianeti
  Lagrange 1770, Leverrier 1846, Einstein 1916
- teoria del calore
  Fourier 1807, 1822
- onde e.m.
  Maxwell 1865
- equazione di Schrödinger
  1926

innovazioni

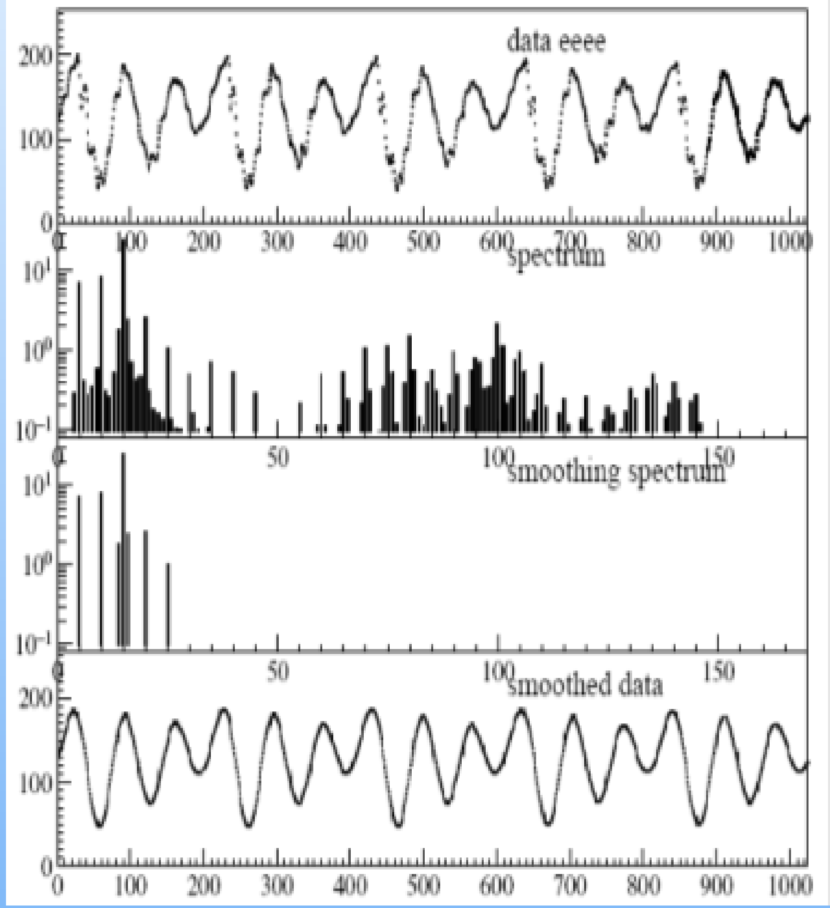
- def. di funzione e monotonia
  P.G. Dirichlet 1829
- integrale definito
  B. Riemann 1854, H. Lebesgue 1903
- teoria degli insiemi
  G. Cantor 1870
- spazi di Hilbert
  1909
- teoria delle distribuzioni
  L. Schwartz 1944
- manipolaz. suoni, immagini e video
  FFT 1965, JPEG 1983, MPEG 1988, MP3 1995, DivX 1999

Innovazioni tecnologiche

- **CD Audio** (Sony e Philips 1980)
- **microonde** (Hertz 1887) come previsto da Maxwell (1873)
- **DSP e FFT**
- **DNA** (J. Watson e F. Crick 1953)
- **TAC** (G. Hounsfield e A. Cormack, Nobel per la medicina 1979)
- **RMN** (risonanza magn. nucleare)
- **radiotelescopi**

Complessi & Compressi

- CD audio (codifica **PCM**) dati non compressi
- **MP3**: si “tagliano” frequenze non udibili e armoniche secondarie
- DVD (**MPEG**)
- Foto e Immagini (**JPEG**)




« Per tre cose
vale la pena di vivere:
la matematica,
la musica e l'amore »
(R. Caccioppoli)