Addomesticare l'infinito:
storia di qualche tentativo

Simonetta Di Sieno

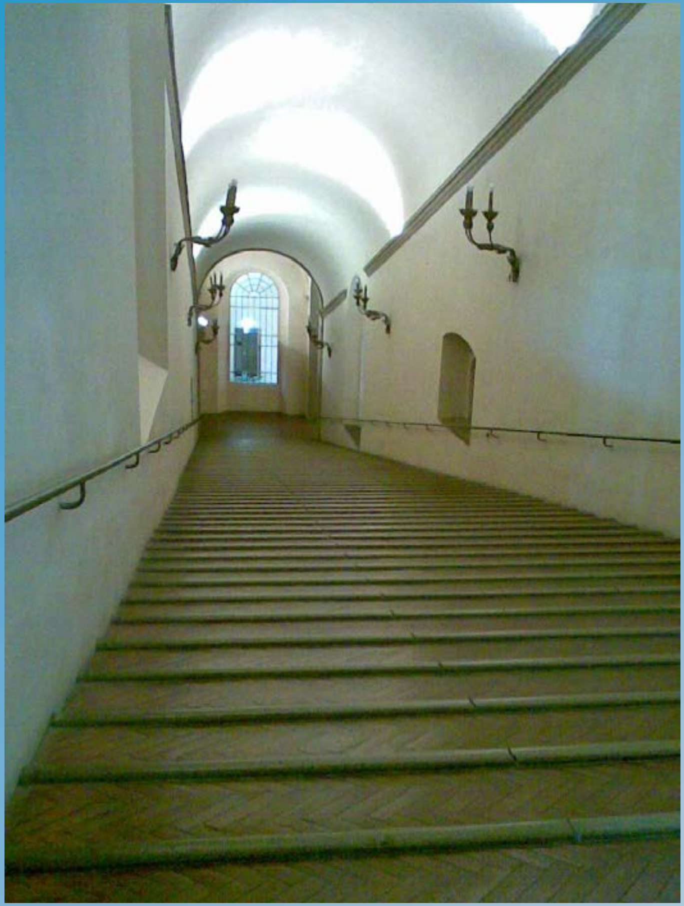
Venezia
14 aprile 2018

In questo breve, bellissimo canto del 1819, il poco più che ventenne Giacomo Leopardi (1798 -1837) esprime il rimando fra vicino, presente, limitato e l'infinito: per come lo "immagina" nel linguaggio della poesia.
La poesia, infatti, ha un modo particolare di esprimere quel che vuole, così come la matematica.

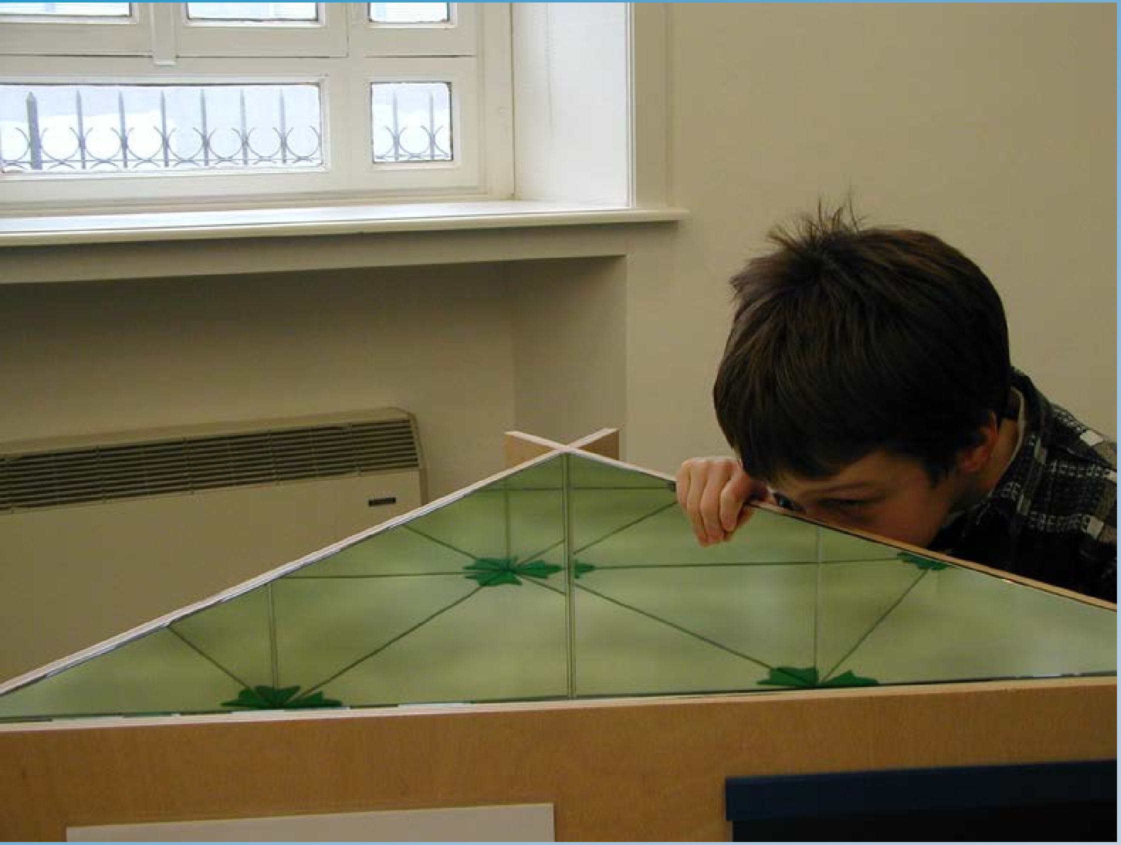
Il giovane Giacomo ama *questo* colle solitario e *questa* siepe (vicini, piccoli, adesso) ma, al di là, *interminati* spazi e *sovrumani* silenzi e *profondissima* quiete (lunghi, immensi aggettivi) *si finge* nel pensiero: immagina. "Fingere", in latino, vuol dire "modellare" "plasmare", attività concrete.
La mente, il pensiero possono non solo vedere o immaginare, ma addirittura plasmare "modelli", poetici modelli. [...]

L'immaginato ultimo orizzonte, il lontanissimo infinito è diventato vicino, come ciò che è qui, presente, reale. [...]

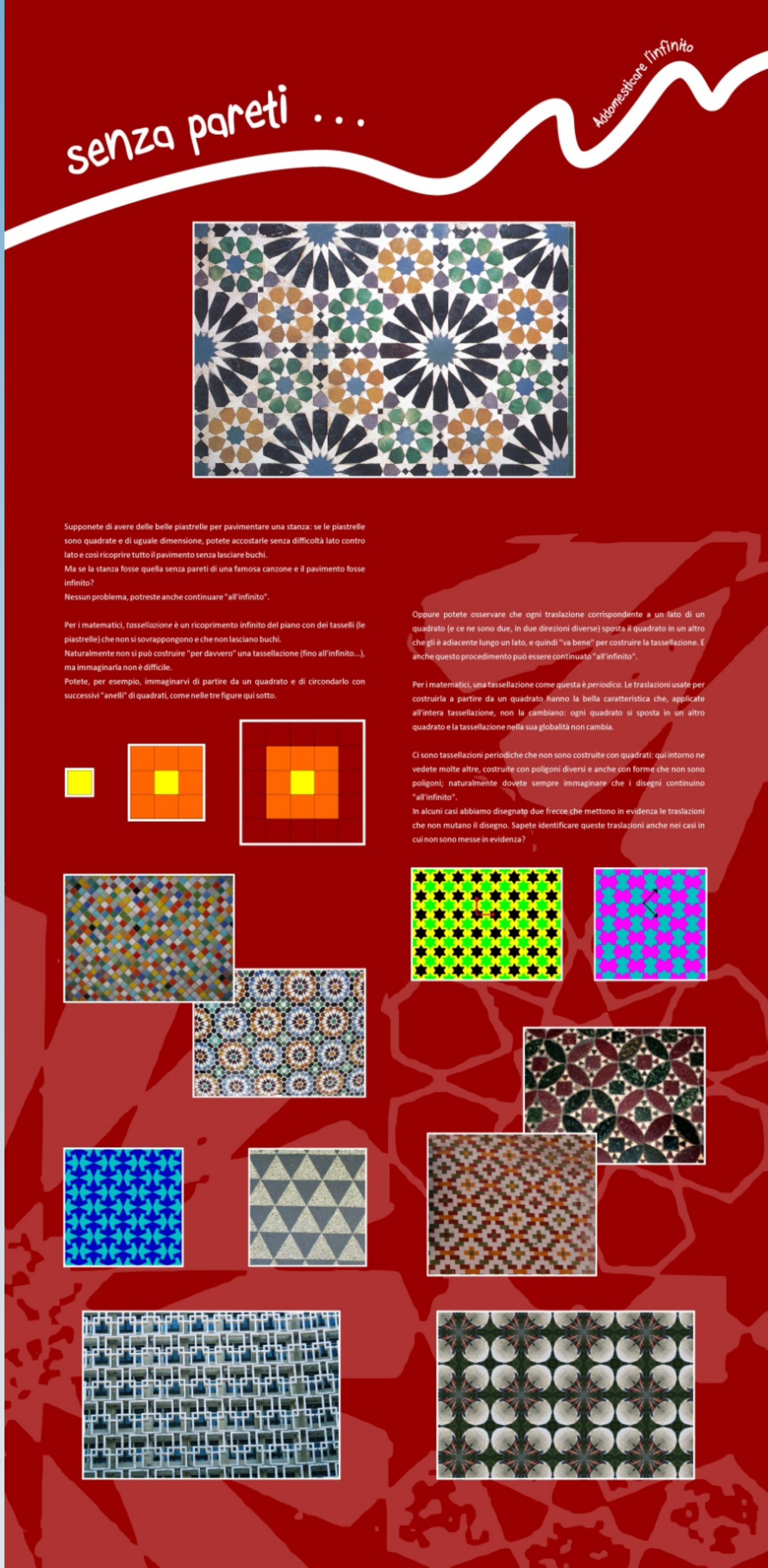
(Paola Gallo)



il punto di fuga



… mi sento sperduto



Quanti sono
i granelli di sabbia?
i fili d'erba?

Si possono contare?

Sono di più i fili d'erba
o i granelli di sabbia?

Il Re Iadava e il bramino Lahur Sessa

Sessa mise davanti al Re una tavola divisa in sessantaquattro caselle di uguali dimensioni. Su di essa erano disposti due gruppi di pezzi, gli uni bianchi e gli altri neri. Le figure di questi pezzi erano allineate simmetricamente sulla scacchiera e vi erano strane regole che governavano i loro movimenti. (...)

Sessa disse di non volere alcuna ricompensa perché questa era la felicità di aver guarito il Re… Poi, per non essere scortese, chiese di essere pagato in chicchi di grano: «Mi darai un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima e ultima." (...)

Il re rise di questa richiesta, dicendogli che poteva avere qualunque cosa e invece si accontentava di pochi chicchi di grano.

(tratto da *L'uomo che sapeva contare* di Malba Tahan)

Che cosa
vuol dire tantissimi?

I chicchi di riso della storia del bramino Lahur Sessa sono tanti o tantissimi?
Riempiono questa stanza?

Sono $1+2+\ldots+2^{63}$ =
18.446.744.073.709.551.615

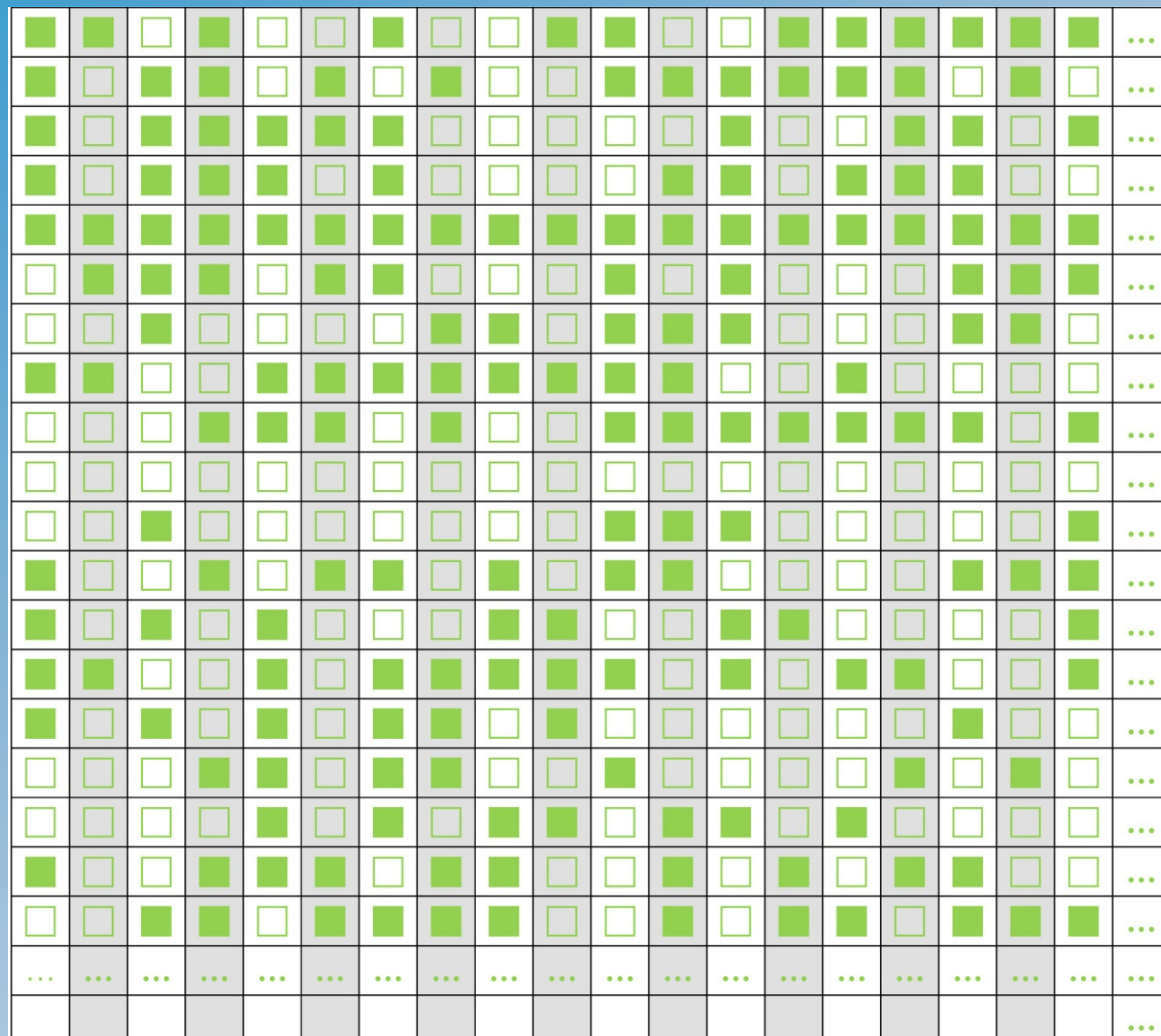
[Chicchi di riso]

- **Quanti sono i numeri che servono per contare?**
- **E i numeri pari?**
- **I pari sono di più o di meno dei naturali?**

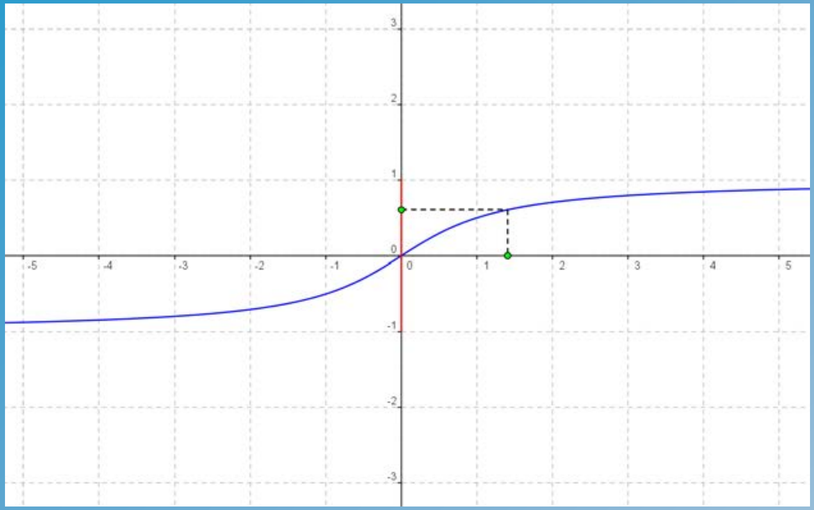
Nessuno riuscirà mai a mandarci via dal paradiso che Cantor ha creato per noi

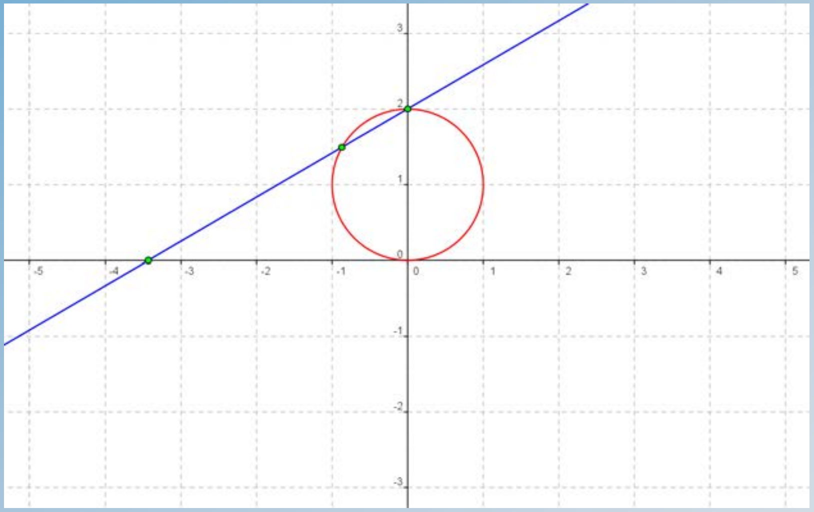
(David Hilbert, 1926)

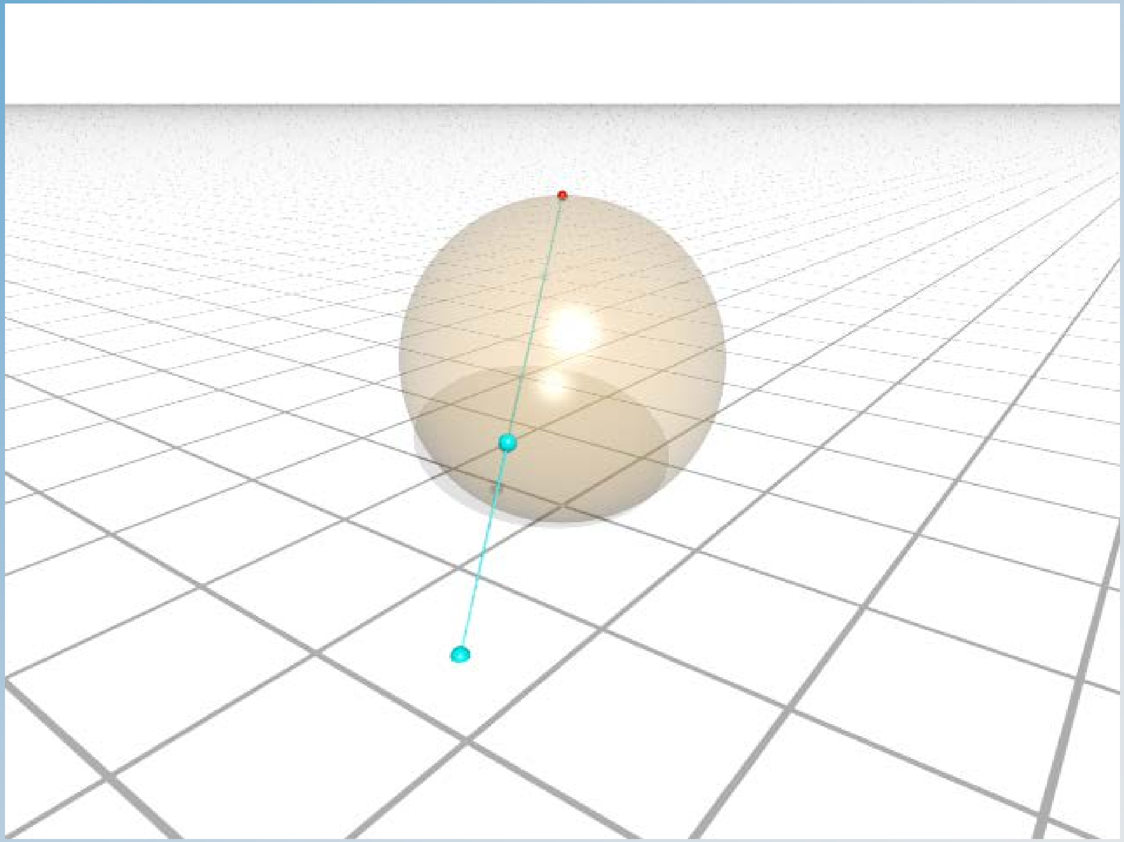
Georg Cantor (1845 – 1918)



x_1	=	0,	2	3	5	7	3	5	5	5	1	1	3	0	2	9	0	2	6	⋯
x_2	=	0,	2	8	4	4	8	0	7	7	3	5	8	0	4	9	9	1	0	⋯
x_3	=	0,	0	6	0	0	4	0	1	9	1	2	8	9	5	4	5	9	7	⋯
x_4	=	0,	8	8	4	6	4	0	8	1	8	4	1	6	7	2	6	4	3	⋯
x_5	=	0,	9	9	5	0	8	9	6	4	2	5	8	8	8	5	3	1	0	⋯
x_6	=	0,	7	4	7	6	8	0	8	5	1	8	3	4	8	6	3	2	1	⋯
x_7	=	0,	9	4	1	0	5	6	5	5	8	8	2	9	0	3	4	2	3	⋯
x_8	=	0,	4	2	1	3	5	9	7	2	1	8	8	5	7	2	8	0	7	⋯
x_9	=	0,	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	⋯
x_{10}	=	0,	8	4	2	4	0	5	2	0	7	8	1	5	3	9	9	6	2	⋯
x_{11}	=	0,	6	1	2	0	0	8	8	2	8	0	9	7	7	3	5	3	8	⋯
x_{12}	=	0,	3	1	0	9	7	3	9	7	8	0	9	6	9	5	8	7	6	⋯
x_{13}	=	0,	1	1	3	7	1	2	3	1	5	5	0	7	4	5	0	9	5	⋯
x_{14}	=	0,	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	⋯
x_{15}	=	0,	3	9	7	9	5	2	2	7	7	1	0	1	7	5	4	1	5	⋯
x_{16}	=	0,	2	7	0	6	1	7	1	4	0	8	9	2	3	2	3	3	1	⋯
x_{17}	=	0,	1	1	3	0	3	6	2	9	4	0	7	6	2	0	2	5	6	⋯
⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯
x	=	0,																		⋯







Lo vedo, ma non ci credo

5/1/1874 Cantor a Dedekind *Può una superficie (per esempio un quadrato, bordo compreso) essere messa in corrispondenza con una curva (per esempio un segmento di retta, estremi inclusi) in modo tale che ad ogni punto della superficie corrisponda un punto della curva e, viceversa, ad ogni punto della curva ne corrisponda uno della superficie?*

25/6/1877 Cantor a Dedekind *La maggior parte di coloro ai quali ho sottoposto tale questione si è molto meravigliata del fatto stesso che io abbia potuto porla, perché sembrava loro evidente che per la determinazione di un punto in una varietà a k dimensioni occorra sempre usare k coordinate indipendenti.*

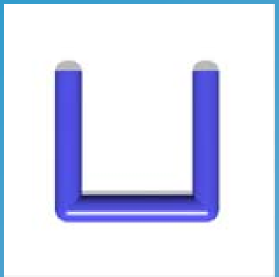
Chi però coglieva in profondità il senso della questione era costretto a riconoscere che occorreva almeno dimostrarla […]

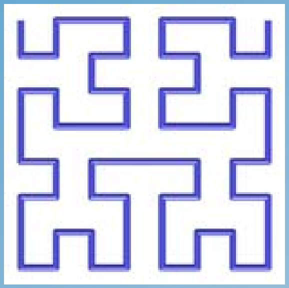
Io facevo parte di coloro che ritenevano verosimile una risposta negativa fino al momento recentissimo in cui, con una successione molto complessa di pensieri, sono arrivato alla convinzione che la risposta sia affermativa, senza restrizione alcuna. Poco dopo trovai la dimostrazione che lei ha oggi sotto gli occhi.

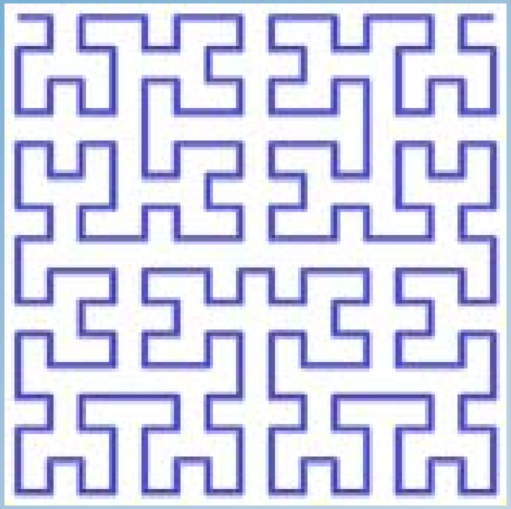
29/6/1877 Cantor a Dedekind *La prego di scusare la mia preoccupazione per quest'affare, se faccio così spesso appello alla sua bontà e condiscendenza. Ciò che le ho comunicato recentemente è così inatteso per me e così nuovo che non potrei, per dir così, arrivare a una certa tranquillità di spirito prima di ricevere, molto stimato amico, il suo giudizio sulla sua correttezza. Fin tanto che non mi avrà approvato, non posso che dire* lo vedo, ma non ci credo.

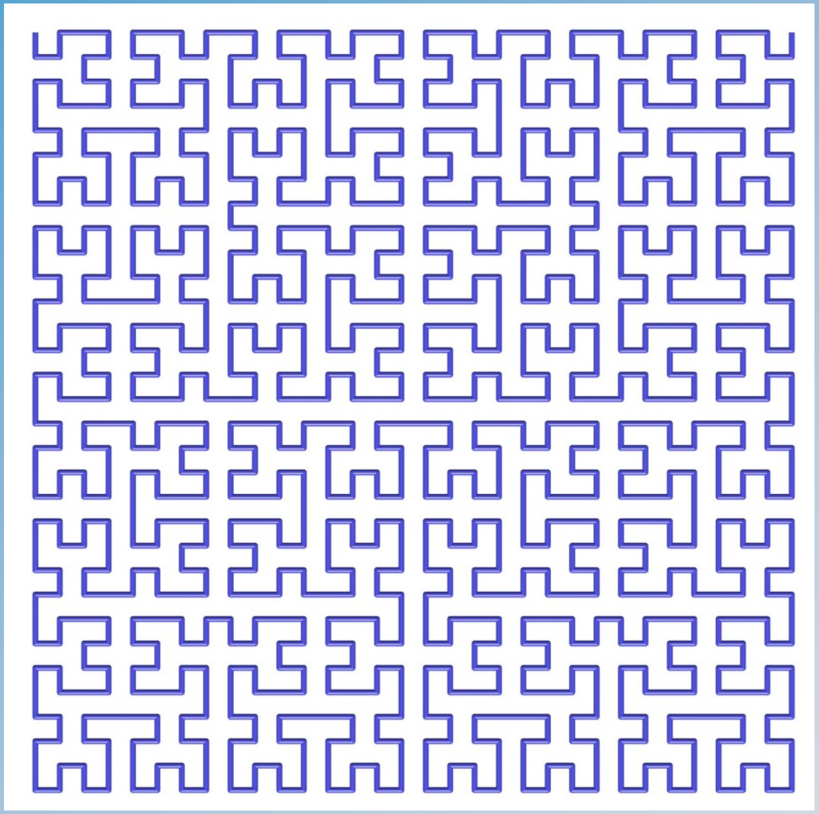
2/7/1877 Dedekind a Cantor *Ho esaminato ancora una volta la sua dimostrazione e non vi ho trovato lacune; sono convinto che il suo interessante teorema sia corretto e le faccio le mie felicitazioni.*

La curva di Peano





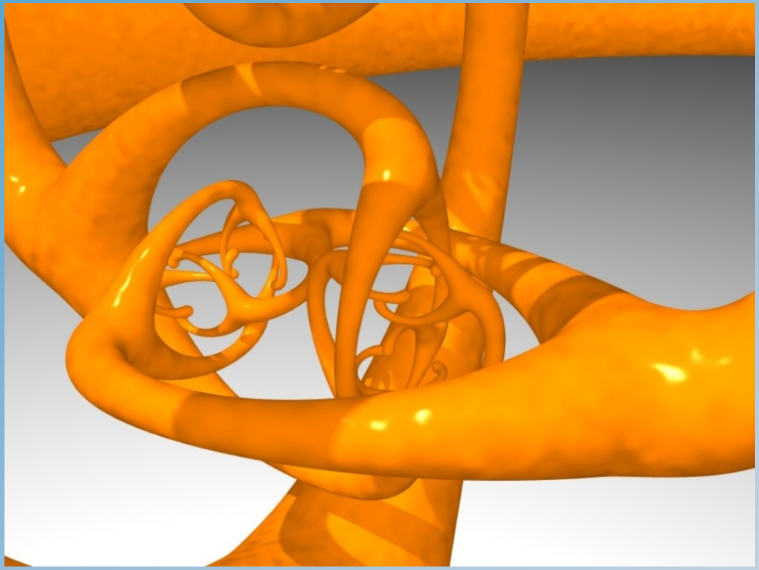


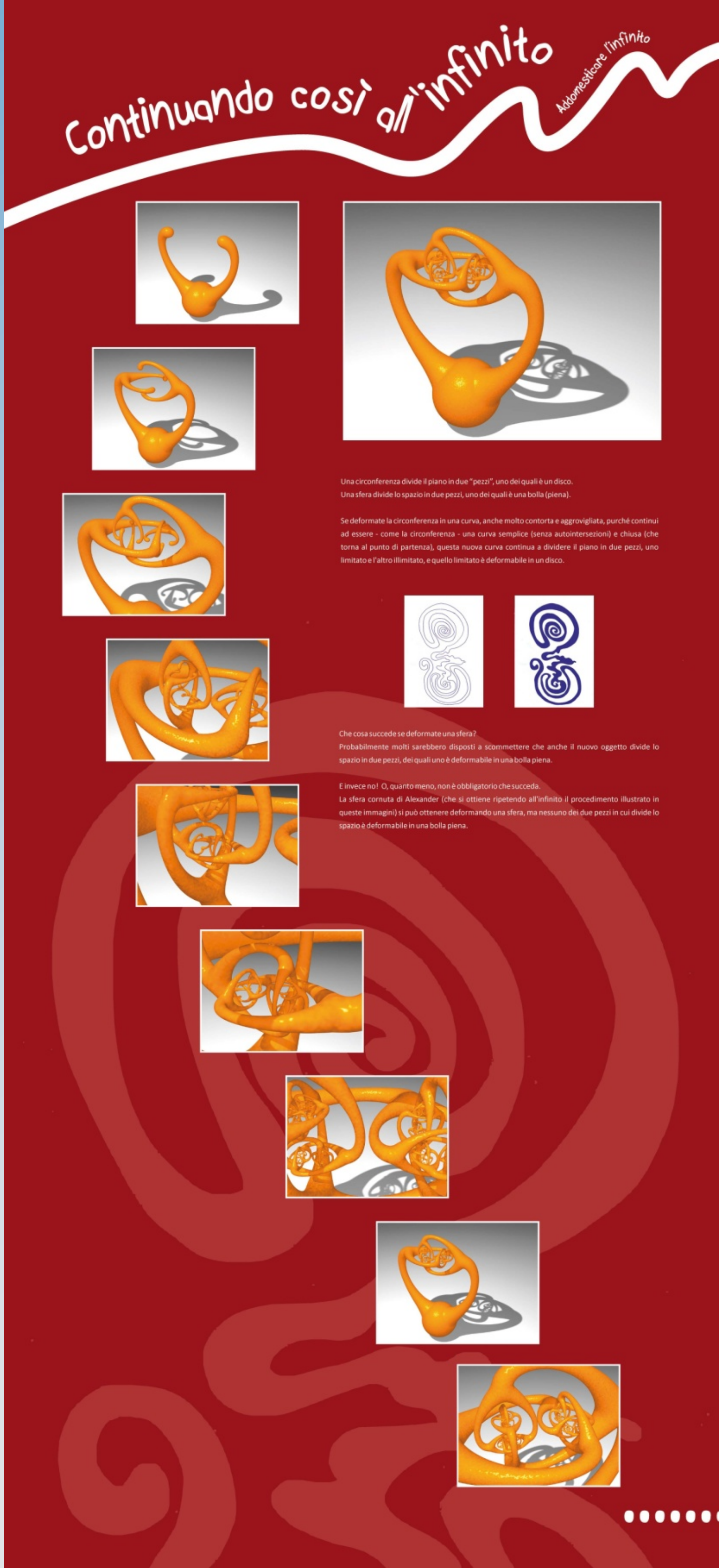


continuando così all’infinito…

continuando così all'infinito ….

Che succede se deformate una sfera?





Osservando la natura vediamo che le montagne non sono dei coni, le nuvole non sono delle sfere, le coste non sono cerchi, ma sono degli oggetti geometricamente molto complessi…

Mandelbrot, 1975