



Un insegnamento dinamico
**Federigo Enriques e la formazione
degli insegnanti**

Siena, 6 aprile 2019

Livia Giacardi

Dipartimento di Matematica, Università di Torino



Federigo Enriques

Livorno 1871-Roma 1946

- allievo della Scuola Normale Superiore si laurea a Pisa nel 1891
- insegna Geometria proiettiva e descrittiva all'Università di **Bologna dal 1894 al 1921**
- nel 1922 insegna a Roma prima Matematiche complementari e poi di Geometria superiore
- 1938 è colpito dalle leggi razziali

Contributi importantissimi nel campo della geometria algebrica

Riflessioni sulla storia della matematica, sulla filosofia e sulla didattica

- Radici del progetto di culturale educativo di Enriques nel periodo bolognese e sue connessioni con gli studi di filosofia, storia della scienza e fondamenti della matematica
- Influenza di **Felix Klein**
- I riflessi della sua visione epistemologica della matematica sul suo pensiero didattico
- Le «*battaglie, nel campo sociale delle istituzioni scientifiche e dell'ordinamento degli studi*» per la formazione degli insegnanti.

L'emergere in Bologna del progetto culturale-educativo di Enriques



1894 – **Enriques** va a **Bologna** per insegnare geometria proiettiva e descrittiva → origine psicologica e fisiologica dei postulati della geometria

Dalla corrispondenza fra Enriques e Castelnuovo:

- **gennaio 1896** – inizia a leggere testi di biologia;
- **febbraio 1896** – intraprende lo studio della fisiologia cellulare;
- **maggio 1896** – si documenta sugli studi di psicologia e di fisiologia di H. von Helmholtz, E. Hering, E. Mach, e dello psicologo e fisiologo tedesco Wilhelm Wundt [Bottazzini, Conte and Gario 1996, p. 237, 246, 260-261]:

*Mentre le questioni matematiche sonnecchiano fino al miglior tempo, io mi sto occupando da più giorni [...] del "problema filosofico dello spazio". **Libri di psicologia e di logica, di fisiologia e di psicologia comparata, di critica della conoscenza ecc. passano sul mio tavolino dove li assaporo con voluttà tentando di estrarne il succo per ciò che concerne il mio problema. [...] Giacché vi è nel mio programma la questione della genesi dei concetti di spazio sopra i dati della psicologia fisiologica (specie dell'occhio e del tatto) di Helm[h]oltz, di Wundt ecc.***

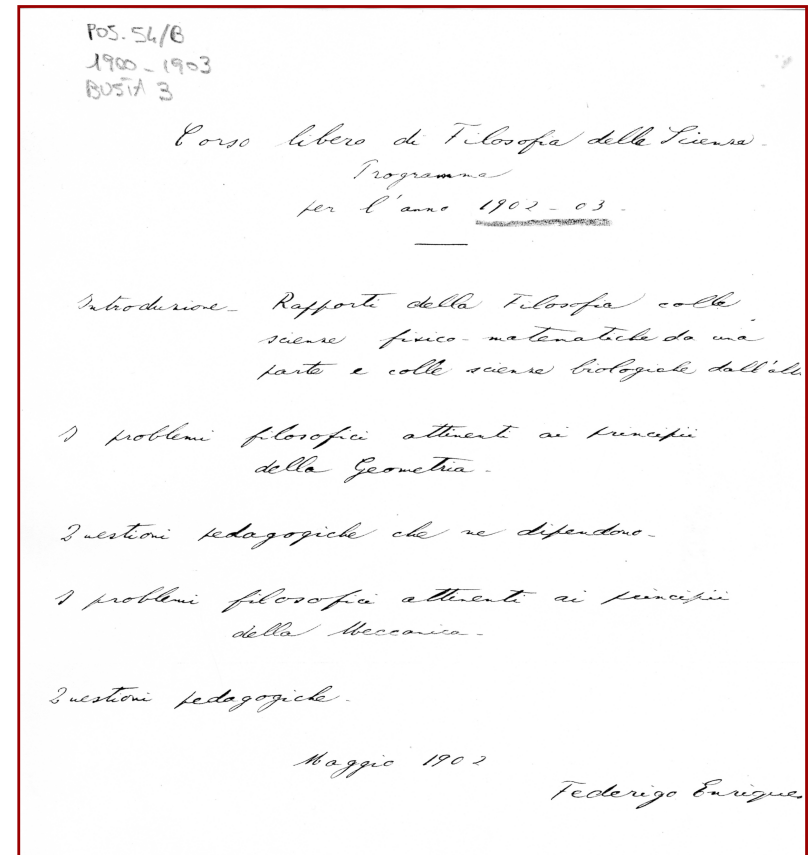
[Bottazzini, Conte and Gario 1996, p. 261].

→ Enriques, *Problemi della scienza*, 1906

Bologna 1902-1903 Corso libero di *Filosofia scientifica*, dove si intrecciano aspetti scientifici, filosofici e didattici .

La richiesta di Enriques di un corso libero di filosofia della scienza nella Facoltà di scienze dell'Università di Bologna, in un primo tempo respinta dal MPI, fu poi accolto con la **condizione che non fosse dato troppo spazio alla filosofia.**

[Enriques to Vailati in Lanaro 1971, pp. 570-571, 575-576].



[ASUB, F. Enriques, registri delle lezioni]

Il corso, per richiesta di Enriques, fu aperto anche agli **studenti delle** Facoltà di Filosofia e Lettere e di Giurisprudenza.

[ASUB, F. Enriques, fascicolo personale]

Bologna 1902-1903 Corso libero di *Filosofia scientifica*, dove si intrecciano aspetti scientifici, filosofici e didattici .

La richiesta di Enriques di un corso libero di filosofia della scienza nella Facoltà di scienze dell'Università di Bologna, in un primo tempo respinto dal MPI, fu poi accolto con la **condizione che non fosse dato troppo spazio alla filosofia.**

[Enriques to Vailati in Lanaro 1971, pp. 570-571, 575-576].

Il corso, per richiesta di Enriques, fu aperto anche agli **studenti delle** Facoltà di Filosofia e Lettere e di Giurisprudenza.

[ASUB, F. Enriques, fascicolo personale]

*“Corso libero di Filosofia delle Scienze.
Programma per l'anno 1902-03:
Introduzione – Rapporti della Filosofia
colle scienze fisico-matematiche da una
parte e colle scienze biologiche dall'altra; I
problemi filosofici attinenti ai principii
della geometria; **Questioni
pedagogiche che ne dipendono; I
problemi filosofici attinenti ai principii
della meccanica; **Questioni
pedagogiche.****
Maggio 1902. Federigo Enriques”*
[ASUB, Enriques prof. Federigo. Registri
delle lezioni]

L'influenza di Felix Klein



→ Aspetti del pensiero di Klein ripresi e reinterpretati da Enriques

- la ricerca teorica deve essere strettamente collegata alle scienze applicate [Klein 1894, pp. 41-50];
- la **geometria** è da annoverarsi fra le **scienze sperimentali**: i principi su cui si fonda non sono altro che espressioni idealizzate dei dati approssimati forniti dall'esperienza;
- il progresso della scienza nasce dall'uso combinato di intuizione e logica:
*Io paragono la scienza matematica ad un **albero**, che sprofonda le sue **radici** ognora più nel terreno, mentre erge liberamente sempre più in alto i suoi **rami** ombrosi.
Dobbiamo noi considerare come parti essenziali di esso i rami o le radici?
C'insegnano i botanici che la domanda è male posta: che **la vita dell'organismo sta piuttosto nel ricambio organico fra le sue varie parti.**"* [Klein 1896, p. 117]
- **Intuizione ingenua e intuizione raffinata**:
 - l'intuizione ingenua è importante nella **fase di scoperta** di una teoria
 - l'intuizione raffinata interviene nello **sviluppo logico rigoroso** della teoria [Klein 1894, p. 42];
- Ruolo **della fisiologia e della psicologia sperimentale** [Klein 1896, p. 247].

- **Assunti pedagogici di Klein** [Klein 1872, 1895, 1900, 1905]

- colmare la «discontinuità» fra scuola secondaria e università: proposte di anticipare l'insegnamento della geometria analitica e quello del calcolo differenziale e integrale nelle scuole secondarie (*funktionales Denken*);
- metodo “**genetico**” di insegnamento che tiene conto delle origini e dell'evoluzione delle teorie e dei concetti ;
- importanza della **storia della scienza**:
- approccio euristico e intuitivo alla matematica;
- importanza di mostrare le connessioni fra le varie parti della matematica stessa e i collegamenti con le altre scienze (**fusionismo**) e le **applicazioni** ;
- maggiore rilievo alla *Approximationsmathematik* ;
- ruolo delle matematiche **elementari da un punto di vista superiore nella formazione degli insegnanti.**

[Rowe 1985, Schubring 1989]

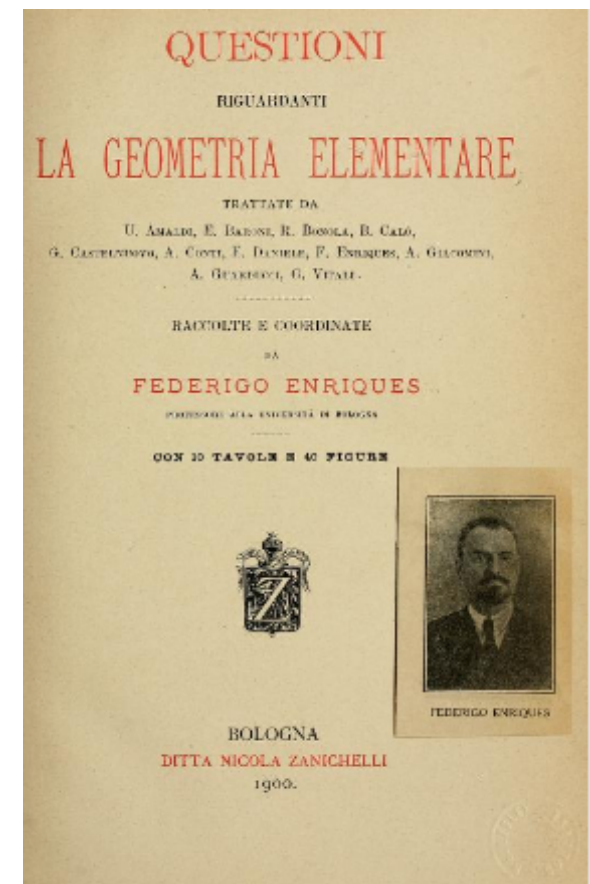
→ Contatti epistolari, incontri e rapporti editoriali con Klein [Giacardi 2012, Luciano Roero 2012]

*Quanto alla conversazione di Klein sai già quanto era interessante; oltre che delle **questioni sui principii** abbiamo discorso molto di **questioni didattiche** e da lui solo in poche ore ho imparato tante cose interessanti, di cui non avevo mai avuto notizia, sullo sviluppo dell'istruzione matematica in Inghilterra e in Germania”*
[BCG 1996, Enriques to Castelnuovo, 24.10.1903]

- L'esempio di Klein (*Vorträge über Ausgewählte Fragen der Elementargeometrie*, 1895) ispira le *Questioni riguardanti la geometria elementare* (1900, p. VII) di Enriques:

*Ora vengo a parlarti di un **progetto** [...]. Si tratta di un libro dedicato a tutte le questioni che interessano la G[eometria] elementare ... Mi propongo non di farlo, ma di farlo fare a **giovani laureati e ad insegnanti delle scuole secondarie**, serbando a me, o a qualche altro matematico che volesse occuparsene, la trattazione di qualche argomento più delicato.*

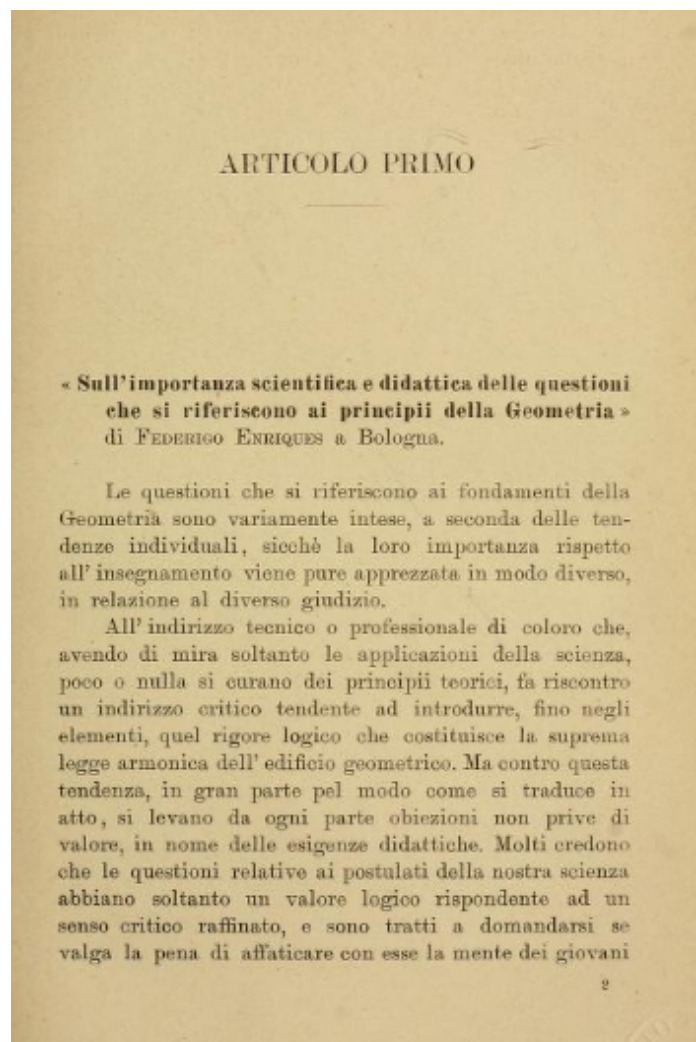
[Enriques to Castelnuovo, s.d., in BCG 1996, p. 419]



I collaboratori: colleghi e insegnanti

I temi: congruenza, equivalenza, teoria delle parallele e geometrie non euclidee, problemi geometrici risolvibili o meno con riga e compasso, duplicazione del cubo, trisezione dell'angolo, quadratura del cerchio, costruibilità dei poligoni regolari.

Il volume si apre con il saggio di Enriques: *Sull'importanza scientifica e didattica delle questioni che si riferiscono ai principii della Geometria*, [pp. 1-31]:



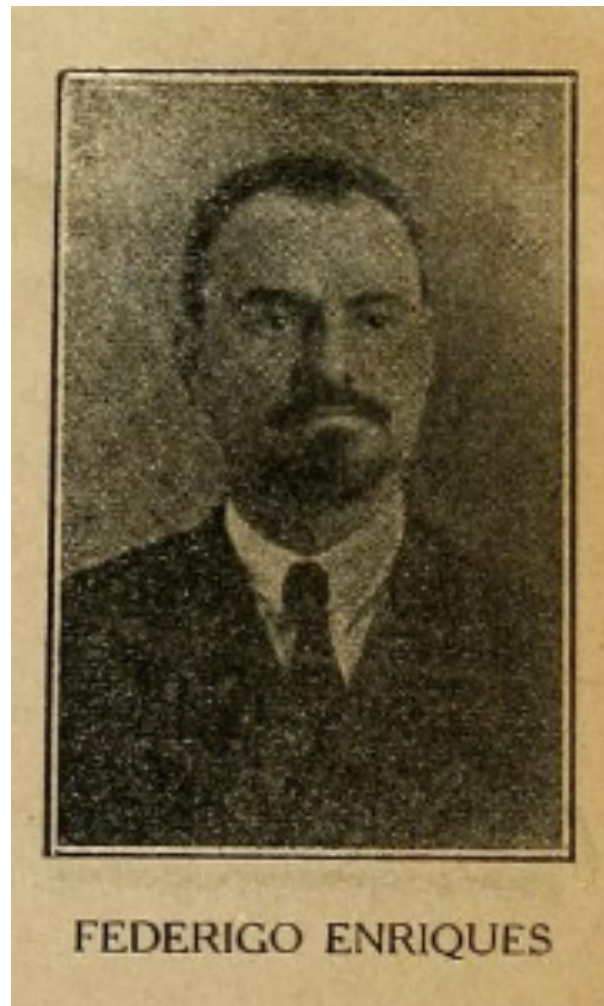
▶ I Parte

- geometria come “scienza sperimentale” al pari della fisica [p. 5];
- acquisizione psicologica dei concetti fondamentali della geometria

▶ II Parte

Enriques si rivolge direttamente agli insegnanti
Linee principali della sua visione didattica.

**Alcuni aspetti della visione
epistemologica di Enriques e
riflessi sul suo pensiero didattico**



→ **Visione genetica e dinamica del processo scientifico:** un *processo induttivo e deduttivo, che dalle osservazioni particolari sale ai concetti generali ed astratti per ridiscendere all'esperienze di fatto, processo di sviluppo continuo, che pone fra le teorie un rapporto generativo e scorge nel loro succedersi un'approssimazione alla verità* [Enriques, *Scienza e razionalismo*, 1912, p. 132]

Ogni **errore** contiene sempre una verità parziale da mantenere, così ogni verità un errore parziale da correggere. [Enriques 1911, p. 417].

Enriques **critica la tendenza a esporre una teoria matematica in modo strettamente deduttivo**, perché così apparirebbe chiusa e perfetta, ma priva di stimoli alla scoperta.

Gli insegnanti dovrebbero *aprire orizzonti* affrontando i problemi con **metodi diversi**, segnalando gli **errori** che hanno fatto progredire la scienza, facendo intravedere **più ampi campi di ricerca**.

Importanza degli errori degli allievi [Enriques, *L'errore nelle matematiche*, 1942, 57-65]

Sull'errore [Enriques 1942]

Errori-lacuna (la tesi affermata è sostanzialmente vera)

Errori propriamente detti (la tesi affermata come vera è falsa)

«[L'errore] *non appartiene né alla facoltà logica, né all'intuitiva, ma si introduce nel momento delicato del loro raccordo ... l'astrarre che rende possibile estendere l'intuizione a classi più generali di oggetti*) è insieme un atto intuitivo e logico ed ha perciò due significati... strettamente connessi, che non debbono confondersi in un processo mentale semi-oscuro»

“Il maestro sa che la comprensione degli errori dei suoi allievi è la cosa più importante della sua arte didattica. Egli impara presto a distinguere gli errori significativi da quelli, che non sono propriamente errori (affermazioni gratuite di sfacciati che cercano di indovinare) dove manca lo sforzo del pensiero, ... E degli errori propriamente detti, ... il maestro sa valutare il significato educativo: sono esperienze didattiche che egli persegue, incoraggiando l'alunno a scoprire da sé la difficoltà che si oppone al retto giudizio, ... Tante specie di errori possibili sono altrettante occasioni di apprendere”.

➔ **Importanza della storia della scienza:** *Una visione dinamica della scienza porta naturalmente sul terreno della storia. La rigida distinzione che si fa di consueto fra scienza e storia della scienza, è fondata sul concetto di questa come pura erudizione letteraria; [...] Ma assai diverso significato ha la comprensione storica del sapere che mira a [...] chiarire il cammino dell'idea [...].*
Una tale storia diviene parte integrante della scienza. [Enriques & Chisini 1915, XI]

Storia della scienza: **legittimazione culturale della matematica**

funzione centrale sia nella formazione degli insegnanti, sia nell'insegnamento.

- **I futuri insegnanti** dovrebbero studiare **origini e sviluppi delle varie teorie** e non la loro formulazione finale statica, che nasconde i problemi che le hanno originate.
- **I giovani dovrebbero essere “educati sui capolavori dei maestri”.**
[Enriques 1921, p. 16]
- La storia della matematica come **ausilio per la didattica.** [Enriques 1934, p. XI]

Nei suoi manuali inserisce:

- **digressioni storiche mirano a mostrare il cammino della scienza**, per es. la nota su Pi dagli Egizi a Lindemann [Enriques 1914, vol. I, pp. 35-36], sulla duplicazione del cubo [Ibidem, pp. 85], misura di Eratostene del meridiano terrestre [vol. II, p. 146], ...
- **utilizza la storia per facilitare la comprensione di certi concetti**: per es. per calcolare i volumi della piramide, del cono e della sfera espone *in forma elementare il procedimento d'integrazione classico dei precursori del Calcolo infinitesimale che risale ad Archimede* [vol. I, cap. VII]; per rendere più interessante la trigonometria dando maggiore sviluppo ai problemi da cui ha avuto origine e alle applicazioni [vol. II, pp. 130-155].
per illustrare proprietà aritmetiche dei numeri: *La storia della scienza viene qui in soccorso, mostrandoci come le verità aritmetiche siano state riconosciute dai Pitagorici mediante modelli geometrici dei numeri, quali sono i numeri figurati: numeri quadrati e rettangolari, numeri triangolari, ecc.* [Enriques 1934, p. XI], ...

➔ **Aspetti induttivi della ricerca scientifica e dialettica fra intuizione e rigore:**

La cosa essenziale è di regola scoprire, a posteriori si riesce sempre a darne una dimostrazione ... [che] traducendo l'intuizione dello scopritore in termini logici, vuol dare a tutti il mezzo di riconoscere ed appurare la verità. [Enriques, Chisini, II 1918, p. 318]

La facoltà che viene in opera nella costruzione della scienza e che esprime perciò il reale potere dello spirito matematico è l'intuizione. [Enriques 1938, p. 173]

Logica e intuizione sono due aspetti inscindibili di un medesimo processo.

Gli insegnanti dovrebbero trovare un giusto equilibrio fra esse.

Ciò che è importante è distinguere nettamente fra l'osservazione empirica e l'intuizione da un lato, e la logica dall'altro.

“**logica in grande**”, cioè allo studio delle connessioni organiche della scienza,

“**logica in piccolo**”, analisi raffinata, quasi microscopica del pensiero esatto.

Privilegiare la prima.

Sull'intuizione [Enriques 1921, 1938]

*Non giova sviluppare con impeccabile deduzione la serie dei teoremi della geometria euclidea, se non si ritorni a **contemplare l'edificio costruito**, invitando i discepoli a **distinguere le proprietà geometriche veramente significative da quelle che hanno valore soltanto come anelli della catena.***

[Enriques, F., 1921, *Insegnamento dinamico*, 9-11]

Respingere le idee che hanno [...] rapporto con l'occhio, o con l'orecchio, o col tatto, vedendo nelle sensazioni non le porte della conoscenza, ma soltanto l'occasione di errori peccaminosi, questo strano pudore dei logici matematici ci richiama alla memoria Plotino e quegli asceti cristiani del Medio Evo che si vergognavano di avere un corpo. [Enriques 1938a, p. 145]

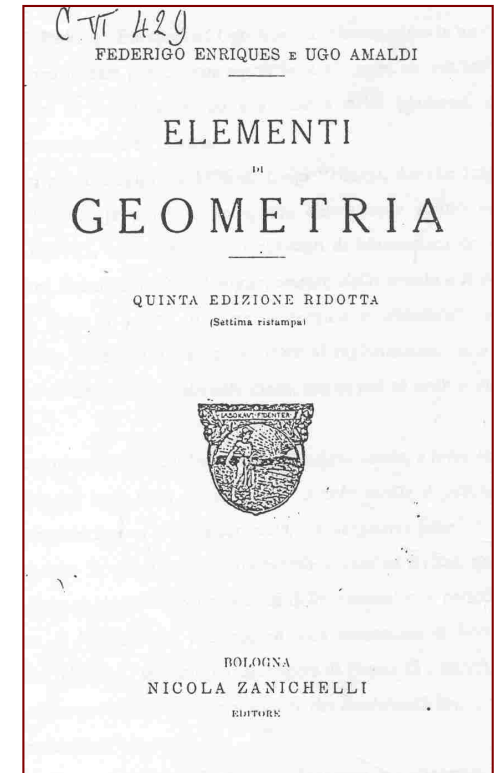
F. Enriques, U. Amaldi, *Elementi di geometria*, (1903, 1904,...1992)

La materia è sviluppata seguendo la seguente struttura:

- *a partire da una serie di **osservazioni** si enunciano certi **postulati** ("espressione di fatti elementari")*
- *da essi si ricavano con il ragionamento logico i **teoremi** che ne derivano,*
- *e, di continuo, si ritorna a **osservazioni** o a **spiegazioni di carattere intuitivo**.*

*Quest'ultimo modo [razionale-induttivo] d'ordinare la materia imprime già nelle menti una veduta più chiara della **formazione delle idee geometriche**.*

[Enriques 1912, 27]



Klein gli riconosce il merito di aver tenuto conto in modo particolare delle esigenze didattiche, riuscendo così a conciliare rigore e intuizione.

[Klein, F., *Der Unterricht in Italien*, 245-250].

Quando l'intuizione è messa alla prova facendo lavorare lo studente, contiene un'educazione logica più adatta alle menti poco disposte ad astrarre.

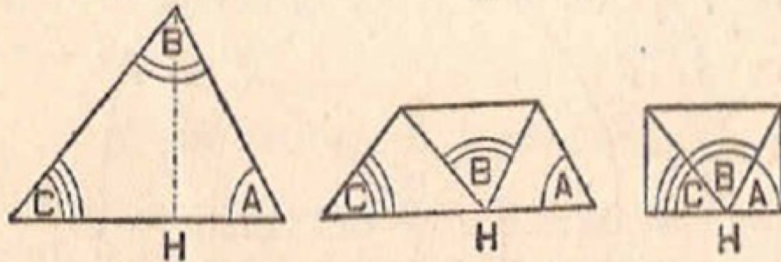
Comprendere significa diventar atti ad applicare: e tale attitudine si svolge solo come frutto di un lavoro attivo.

[F. Enriques 1921, p. 8]

F. Enriques, U. Amaldi, *Nozioni di geometria ad uso dei ginnasi inferiori* (1910):

http://www.federigoenriques.org/wp-content/uploads/opere/pdf/GM_Enriques_1910_9.pdf

Ritagliato nella carta un triangolo ABC, guardiamo quale sia il suo lato maggiore (¹).

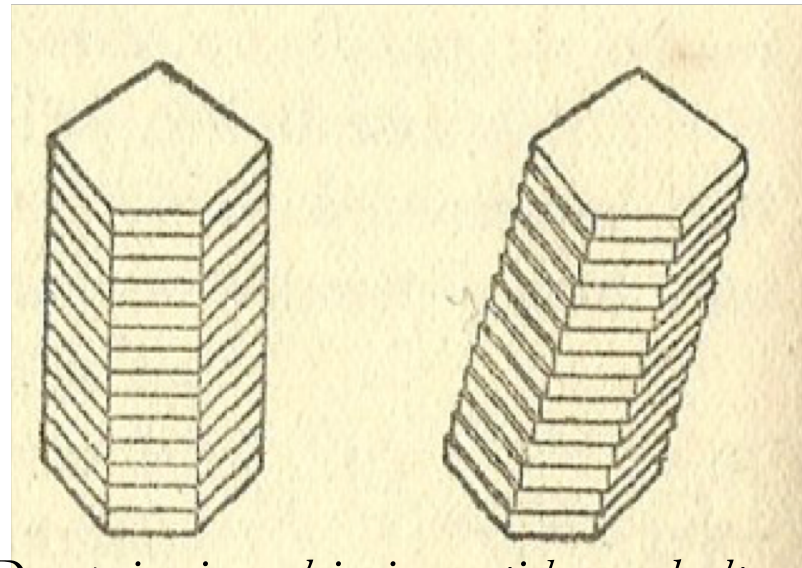


Se, come nella nostra figura, codesto lato è AC abbassiamo da B la perpendicolare BH su AC servendoci della squadra o piegando la carta in modo che la piega passi per B e il lato AC si ripieghi su se stesso.

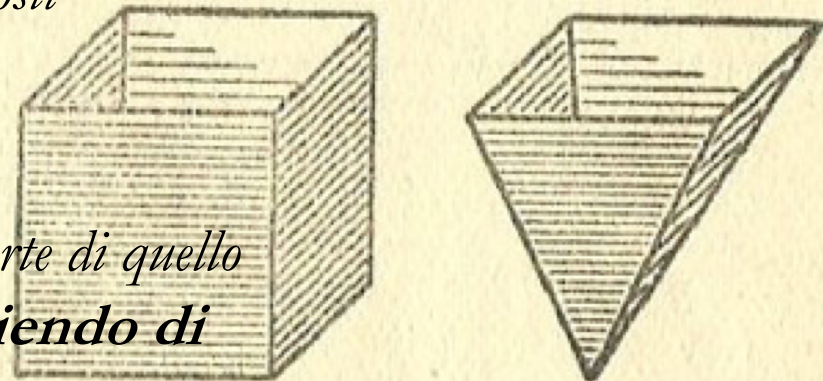
Se allora pieghiamo le tre punte del triangolo in maniera che i tre vertici risultino riuniti in H, vediamo che la somma dei tre angoli del triangolo dà un angolo di due retti (piatto) ossia 180° .

*Somma degli angoli interni di un triangolo con la **carta piegata***

*Il volume di una piramide è uguale alla terza parte di quello di un prisma con ugual base ed altezza, **riempiendo di sabbia due contenitori con quelle forme***



*Due prismi qualsiasi aventi base ed altezza uguali hanno stesso volume con modellini formati da **cartoncini sovrapposti** e diversamente disposti*



→ **La scienza è conquista e attività dello spirito** ... [che] *si fonde nell'unità dello spirito colle idee, coi sentimenti, colle aspirazioni che si esprimono nei vari aspetti della cultura.* [Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, 1938, p. 130]

- Motto: ***coltivare il proprio ramo di studii come un frammento della scienza generale!*** [Enriques 1912, p. 35]
- Costante sforzo di stabilire **collegamenti fra la matematica e le altre attività intellettuali** (fisica, la biologia, la psicologia, la fisiologia, la filosofia e la storia, ...) [fusionismo di Klein] [Enriques 1938]

- Trasmettere agli allievi **una visione unitaria del sapere**, perché solo nel superamento di anguste specializzazioni la matematica può acquisire il suo valore **umanistico e formativo**.
- Guidarli alla **conquista personale del sapere** (metodo socratico), il solo modo per comprendere la matematica:
*L'insegnamento non può essere un regalo che il maestro faccia a qualcuno che viene ad ascoltare le sue ben tornite lezioni [...] ma piuttosto un aiuto a chi voglia imparare da sé e però sia disposto a **conquistare il sapere, come una scoperta.*** [Enriques 1921, p. 6]

La «battaglia» per l'*humanitas* scientifica a livello culturale, istituzionale ed editoriale

- *Le iniziative da inizio secolo agli anni Venti con ricadute su insegnamento e formazione degli insegnanti*



1906 – nel Congresso di Bologna della **Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media** è relatore sul tema della preparazione degli insegnanti e propone di creare una *laurea pedagogica* distinta dalla *laurea scientifica*:

- 1) *corsi su quelle parti della scienza che si riattaccano ad una più profonda visione degli elementi,*
- 2) *conferenze sulle questioni di pedagogia concreta che interessano i vari rami d'insegnamento, particolarmente in rapporto colla critica dei testi*
- 3) *esercitazioni comprendenti il tirocinio parte nell'università e parte in una scuola secondaria, il disegno e la tecnica sperimentale.*

[Enriques 1906, p. 78];

Docenti: tutti i professori delle facoltà scientifiche e i più bravi fra gli insegnanti delle scuole secondarie.

1908-1911 – Enriques propone un **progetto di riforma dell'università italiana.**

Difetti del sistema universitario italiano [Enriques 1908, ripr. 2000, pp. 91-132]:

- **manca di interazioni fra le varie facoltà;**
- **eccessiva separazione delle discipline con programmi obbligatori e troppo pesanti:** *Guai [...] tentare ricerche che oltrepassino i limiti stabiliti nella definizione delle cattedre! Il temerario che si sarà avventurato sopra un terreno nuovo, indagando i rapporti fra due discipline diverse, sa bene quale sorte l'attenda.* [p. 99]
- **tendenza dei professori a difendere ciascuno la propria disciplina** a danno di settori interdisciplinari o inesplorati.

Ripercussioni sulla ricerca, sull'insegnamento e sul mondo del lavoro.

Soluzione:

- ▶ riunire in un'unica **Facoltà di filosofia** tutti gli studi teorici (matematica, fisica, storia, giurisprudenza, economia, ...) per combattere il particolarismo scientifico-educativo del tempo;
- ▶ creare **Istituti di tipo applicativo** per preparare i giovani all'esercizio delle varie professioni (politecnici, policlinici, scuole di Magistero, ...).

Si rivolge a pubblici diversi:

- *Sull'ordinamento delle Università in rapporto alla filosofia.* (I Congresso Filosofico, Milano 1906, L'Università italiana. 21, 1906, pp. 177-178 (**filosofi**).
- *Sulla preparazione degli insegnanti di Scienze,* in Quinto Congresso nazionale degli insegnanti delle scuole medie. Atti, Pistoia, 1907, pp. 69-78 (**insegnanti**).
- *L'Università italiana. Critica degli ordinamenti in vigore,* Rivista di Scienza, 3, 1908, pp. 133-147 (**scienziati e filosofi**),
- *La riforma dell'Università italiana,* Ibidem, 3, 1908, pp. 362-372 (**scienziati e filosofi**),
- *Intervento all'assemblea nazionale della Associazione fra i Professori Universitari, Atti dell'Assemblea della Associazione nazionale fra i professori universitari,* Torino 1911, pp. 122-141 (**professori universitari**).

1908-1920 – è uno dei delegati italiani nella **International Commission on Mathematical Instruction** (presidente Klein);

1912-1915 – Presidente della **Associazione nazionale fra i professori universitari**

1919-1932 – Presidente della **Associazione Mathesis** degli insegnanti di matematica.

Iniziative editoriali per la formazione degli insegnanti

- Amplia le *Questioni* del 1900:

Questioni riguardanti le matematiche elementari (II ed. 1912-1914, III ed. 1924-1927), con lo scopo di offrire *una veduta comprensiva del progresso delle idee matematiche che, oltre ad educare il giudizio del maestro, può illuminare la ricerca più elevata.*



Diverse circostanze minacciano oggi di menomare la scienza e la cultura matematica... almeno nella schiera più numerosa di coloro che hanno l'alto compito di diffonderla nella scuola. [Enriques 1924-1927, I, Prefazione]

- Continua a scrivere **libri di testo per la scuola secondaria adattandoli ai vari livelli e ai vari tipi di istituti** (geometria, algebra, trigonometria, ...);
- Dirige (1921-1938, 1946) il *Periodico di matematiche. Storia—Didattica—Filosofia*, che diventa l'organo della Associazione Mathesis ed è rivolto soprattutto agli insegnanti;



F. Enriques a F. Klein, Bologna 19 luglio 1920:

... col prossimo anno mi propongo di riprendere la pubblicazione di un Periodico di Matematiche diretto agli insegnanti secondari, a cui vorrei dare nuova vita, valendomene per promuovere la cultura dei detti insegnanti, specie col richiamare la connessione fra i campi più elevati delle matematiche e gli elementi, nonché dando sviluppo alle questioni storiche. Non ho bisogno di spiegare a Lei l'interesse ed anche la difficoltà di una tale impresa, che risponde proprio ad una delle vedute che Lei stesso ha fatto brillantemente valere con tanti modi diversi ...

[Giacardi 2012, pp. 264-65, anche in Luciano, Roero 2012

Sottotitolo: **Storia, didattica, filosofia**

Scopo: diffondere l'idea della **matematica come parte integrante della cultura filosofica e colmare le carenze nella formazione degli insegnanti di matematica nell'Italia del tempo.**

È dato maggior spazio alle **questioni metodologiche**, alle **matematiche elementari da un punto di vista superiore**, alla **fisica** e alla **storia della matematica**.



Collaboratori: matematici, scienziati (E. Persico, E. Fermi,...) anche stranieri (O. Zariski, D. Struik, G. D. Birkoff, H. A. Lorentz, L. Libois, J. Rey Pastor, ...), giovani *forniti di solida preparazione scientifica, insegnanti desiderosi di offrire il contributo di una coscienziosa esperienza.* [Enriques 1921 pp. 4, 5]

► **1921 - Lettera ai lettori**, Periodico di matematiche, pp. 1-5

I cardini del lavoro dell'insegnante:

- *approfondire, in più sensi, la scienza stessa che s'insegna così da poterla dominare **da nuovi e più alti punti di vista**,*
- *utilizzare la **storia della scienza**; dalla quale vuolsi apprendere, non tanto la notizia erudita, quanto la considerazione **dinamica dei concetti e delle teorie**, ravvisando l'unità del pensiero,*
- *far emergere **i collegamenti con le altre scienze**, in particolare la fisica per offrire più *larghe visioni della scienza e degli scopi o significati di tante svariate ricerche.* [Enriques 1921, pp. 1-5]*

► **1921 - *Insegnamento dinamico***, Periodico di matematiche, pp. 6-16
manifesto del pensiero di Enriques sulla didattica della matematica:

- apprendimento come scoperta,
- giusto equilibrio fra intuizione e logica, sviluppo della logica in grande per evitare che *col pretesto che tutto è importante...si riesce soltanto a deformare le intelligenze privandole del lume della valutazione* presentando una scienza che si potrebbe definire come «*l'infinita notte in cui tutte le vacche sono nere*»
- importanza
 - della visione storica dei problemi,
 - delle applicazioni: *comprendere significa divenir atti ad applicare: e tale attitudine si svolge solo come frutto di un lavoro attivo*
 - della memoria: *la memoria non è un fenomeno ricettivo, ma un **coordinamento di attività** che ripetendosi tende a diventar meccanico, cioè ripetibile senza il pensiero*
- metodo socratico
- legame fra matematiche elementari e matematiche superiori

Mettere in pratica un insegnamento dinamico è un compito tremendamente, divinamente difficile: essere maestri e non ripetere meccanicamente la vecchia lezione imparata sui banchi di scuola.

*“Più che le differenze dei metodi o le indicazioni dei programmi **influisce sull’efficacia dell’insegnamento il valore degli insegnanti: la loro mentalità, la comunicativa, la passione che portano nelle cose insegnate, la larghezza degli interessi che li fa capaci di mettersi al posto degli allievi e di sentire con essi”**.*

[Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna, Zanichelli, 1938, p. 188].

7 maggio 1922 – Nuovo Statuto, nuovo nome *Società italiana di scienze fisiche e matematiche “Mathesis”* e apertura agli insegnanti di fisica. Il numero dei soci nel 1920 crebbe da 775 a 895 e nel 1924 erano più di 1.200.

6 Congressi Nazionali della Mathesis:

Trieste, 1919; Napoli, 1921; Livorno, 1923; Milano, 1925; Firenze, 1929; Milano, 1931.

I congressi del 1929 e del 1931 furono organizzati in collaborazione con la *Società Italiana per il Progresso delle Scienze (SIPS)* che si proponeva di: contrastare l'eccessiva specializzazione e di stimolare il dialogo interdisciplinare.

Conferenze inaugurali di Enriques:

Trieste, 1919: *Il valore delle Matematiche nella Filosofia italiana* ;

Napoli, 1921: *Evoluzione del concetto della Scienza nei pensatori matematici*;

Livorno, 1923: *Il significato umanistico della scienza nella cultura nazionale*;

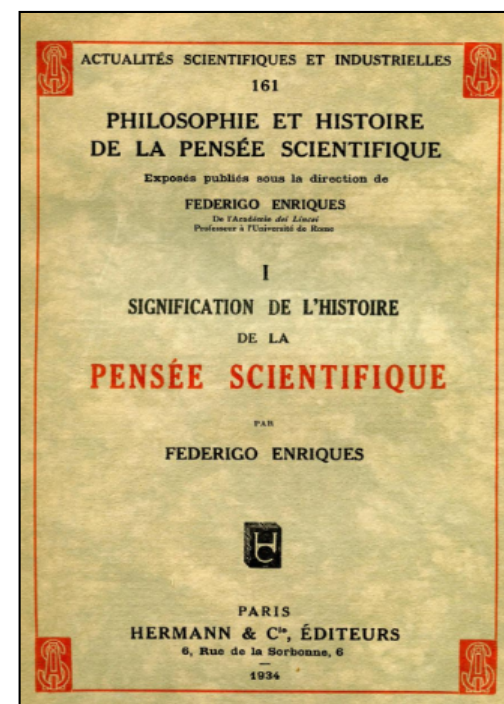
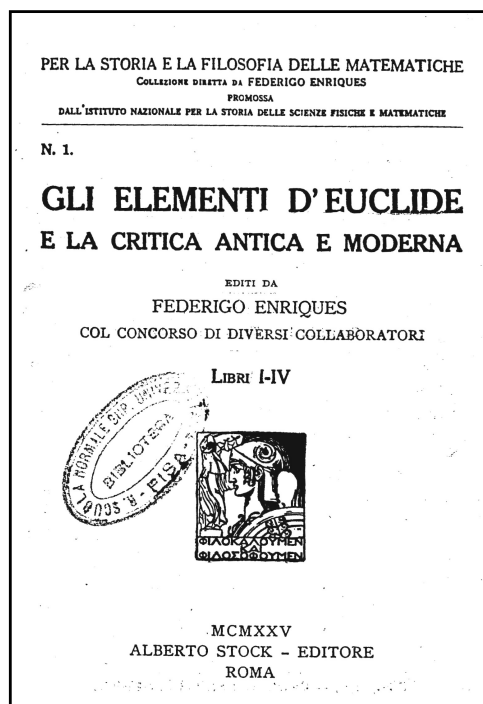
Milano, 1925: *L'essenza della matematica*;

Firenze, 1929: *La geometria non-euclidea e i presupposti filosofici della Teoria della Relatività*.

La «battaglia» per l'humanitas scientifica a livello culturale, istituzionale ed editoriale

- *Le iniziative Romane e la formazione degli insegnanti durante il Fascismo*

ARGOMENTO DELLA LEZIONE 1 <i>Gl. Elementi d'Euclide</i> AGG. 16. Nov. 1931 e Gen. 31 Firma dell'insegnante <i>F. Enriques</i>	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 4 <i>Le pie: origini dell'analisi infinitesimale</i> AGG. 23. Nov. 1931 e Gio. 11 Firma dell'insegnante <i>Enriques</i>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE 2 <i>Sulle origini della geometria greca: i pitagorici</i> AGG. 18. Nov. 1931 e Feb. 11 Firma dell'insegnante <i>Enriques</i>	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 5 <i>Def., assiomi e postulati in Euclide</i> AGG. 25. Nov. 1931 e Feb. 11 Firma dell'insegnante <i>Enriques</i>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE 3 <i>Critica elementare</i> AGG. 21. Nov. 1931 e Mar. 11 Firma dell'insegnante <i>Enriques</i>	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 6 <i>Cometti primitivi e post. nella geom. moderna</i> AGG. 28. Nov. 1931 e Apr. 11 Firma dell'insegnante <i>Enriques</i>



Enriques e la Riforma Gentile

1923 - Il filosofo neo-idealista Giovanni Gentile, ministro della Pubblica Istruzione nel primo governo Mussolini, riesce ad attuare in un solo anno una **completa e organica riforma del sistema scolastico italiano**.

Gentile separa l'istruzione secondaria in due percorsi principali, di cui quello **classico-umanistico destinato alla formazione della classe dirigente** e assolutamente prevalente su quello tecnico-scientifico.

Questo punto di vista contrastava con l'ideale di *humanitas* scientifica cui Enriques aspirava.



Come presidente della Mathesis Enriques avviò intense trattative con Gentile per impedire la svalutazione dell'insegnamento scientifico.

Le rivendicazioni della Mathesis rimasero però inascoltate.

Atteggiamento ambiguo di Enriques vs Gentile

- scuola media formativa e selettiva: *grande superiorità formativa del Ginnasio-Liceo sul corso tecnico* [Enriques 1923, p. 158];
- il sapere come conquista personale;
- lotta all'enciclopedismo;
- ideale di Enriques di fusione fra *sapere scientifico e idealismo umanistico* in una *superiore consapevolezza dell'attività universale del pensiero* [Enriques 1924, 4, cfr. Israel 1984, Guerraggio, Nastasi 1993, Faracovi Pompeo 2006, ...]
- apprezzava il **corso universitario di matematiche complementari** istituito nel 1922 dopo la soppressione della Scuola di Magistero per la formazione degli insegnanti.

Aggiungo che la differenza fra questo corso **[matematiche complementari]** e gli altri due di matematiche superiori del nostro secondo biennio (analisi superiore e geometria superiore) è questa: che qui entrano argomenti precisi – come i **problemi della trisezione dell'angolo o della quadratura del cerchio ecc.** – intorno a cui si ritiene che l'insegnante debba essere informato, ed a cui non si può costringere i corsi di analisi superiore e di geometria superiore, i soli che mirino presso di noi alla pura scienza matematica! [...] Inoltre **attraverso quei problemi che toccano più da vicino le matematiche elementari e che hanno una storia venti volte secolare, si mira soprattutto ai giovani chiamati all'insegnamento, i quali [...] debbono essere preservati dal pericolo di diventare ripetitori meccanici di una cultura ricevuta dal di fuori e però estranea veramente al loro spirito: che è una tesi a cui Ella giunge da premesse metafisiche, ma a cui io ho pur dato da parte mia – nella misura delle mie forze il contributo dell'azione della mia vita.** [Enriques a Gentile, Roma, 23.12 1922, in Guerraggio, Nastasi 1993, pp. 149-150]

Nel 1922-1923 insegna **Matematiche Complementari** [ASUB 4.9.1922, ASUR] e più tardi **Geometria Superiore**, grazie alla rinuncia di Castelnuovo [T. Nastasi 2011].

<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 1</p> <p><i>El. Elementi d'Euclide</i></p> <p>Add. 16 Nov. 1922 Giovedì</p> <p>Firma dell'insegnante <i>F. Enriques</i></p>	<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 4</p> <p><i>Lezioni: origini dell'Analisi infinitesimale</i></p> <p>Add. 23 Nov. 1922 Giovedì</p> <p>Firma dell'insegnante <i>Enriques</i></p>
<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 2</p> <p><i>Sulle origini della geometria greca: i pitagorici</i></p> <p>Add. 18 Nov. 1922 Sab. ore 11</p> <p>Firma dell'insegnante <i>Enriques</i></p>	<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 5</p> <p><i>Def., assiomi e postulati in Euclide</i></p> <p>Add. 25 Nov. 1922 Sab. ore 11</p> <p>Firma dell'insegnante <i>Enriques</i></p>
<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 3</p> <p><i>Critica eleatica</i></p> <p>Add. 21 Nov. 1922 Sab. ore 11</p> <p>Firma dell'insegnante <i>Enriques</i></p>	<p>ARGOMENTO DELLA LEZIONE 6</p> <p><i>Concetti primitivi e post. nella geom. moderna.</i></p> <p>Add. 28 Nov. Mart 1923 ore 11-16</p> <p>Firma dell'insegnante <i>Enriques</i></p>

Nelle lezioni di matematiche complementari di Enriques **la storia delle matematiche** si intreccia alla teoria, le **matematiche elementari** sono **collegate alle superiori**, ci sono cenni alla **teoria della relatività** e si propone un **esame comparativo dei libri di testo** [ASUR, F. E., Giacardi 2012, Appendix 1].

Nel 1929-30 le lezioni di Geometria superiore furono in tutto 61 e le 16 lezioni storiche furono le seguenti:

14 XI 1929	Il concetto dello spazio presso i Pitagorici
16	Critica eleatica e argomenti di Zenone
19	Critica del concetto di moto presso gli Eleati: relatività
21-23-26	Esame dell'Euclide (tre lezioni)
28	Il postulato delle parallele e i tentativi di dimostrarlo
3 XII	I teoremi di Saccheri-Legendre
7	Le due ipotesi di Lobatschowsky
10-12	Sulle parallele di Lobatschowsky
11 III 1930	Che cos'è lo spazio fisico?
1 IV	I principii della Meccanica
3-8	Gravitazione
13-15 V	Teoria di Einstein.

La storia delle matematiche, centrale nel progetto di Enriques, è presente, a volte anche in modo consistente, nelle lezioni di geometria superiore.

[ASUR, Facoltà di Scienze,
Libretti delle lezioni]

Nel 1931-32 le lezioni di Geometria superiore furono in tutto 69 e le 27 lezioni storiche furono le seguenti:

14 XI 1931	Prolusione
19	L'infinito nei filosofi ionici
21	L'infinito nei Pitagorici
24	Critica eleatica. Paradossi di Zenone
28	Analisi infinitesimale. Eudosso
1 XII	Confronto della teoria antica delle proporzioni colla teoria di Dedekind degli irrazionali
5	Metodo di esaustione
12	Integrazioni di Archimede
12 I 1932	L'infinito nei neoplatonici
16	Numeri non-archimedei
19	Segue numeri non-archimedei
26	Paradossi della teoria degli insiemi
30	Sulla storia del principio di continuità. Dimostrazione di Chisini del Teorema fondamentale dell'Algebra
23 II	Sul postulato d'Euclide
27	Somma angoli di un triangolo minore o uguale a due retti
1 III	Parallele di Lobatschowsky
5	Geom. proiettiva fondata sull'ipotesi di Lobatschowsky
5 IV	Il problema dello spazio
9	Il problema dello spazio e la teoria della relatività
12	La scienza greca verso il 400 a.C. I sapienti
16	Reazione alla sofistica: Socrate
23	Il razionalismo di Democrito e di Platone
26	L'enciclopedia d'Aristotele
30	Sviluppo delle discipline particolari
3 V	Il problema della forma della Terra
7	Cultura ellenistica
14	Fioritura delle scienze esatte nel periodo. Euclide, Archimede, Apollonio, Eratostene, Ipparco.

1923 – Enriques fonda l' *Istituto nazionale per la Storia delle Scienze fisiche e matematiche*, allo scopo di promuovere gli studi di storia della scienza

1924 – fonda la *Scuola universitaria per la Storia delle scienze*, annessa all' Università di Roma, con il triplice scopo di:

- incentivare le ricerche storiche,
- **formare i futuri insegnanti,**
- affermare l'idea di *humanitas* scientifica.

Corsi dal 1924 al 1938:

Storia dei concetti scientifici (Enriques), **Storia delle matematiche** (G. Vacca); **Storia della chimica** (A. Mieli); **Evoluzione della teoria cellulare** (F. Raffaele), **Storia della medicina** (S. Baglioni); **Storia della geografia** (R. Almagià); **Storia dell'Astronomia** (P. Emanuelli); **Storia della biologia** (G. Montalenti), **Esercitazioni sui testi** (E. Carruccio). [ASUR 1924-1941]

Mod. n. 10

Regia Università degli Studi di Roma

Facoltà di Scuola di Storia delle Scienze

LIBRETTO

delle lezioni di Storia dei concetti scientifici

lettate dal Sig. Prof. Federigo Enriques

Mod. n. 10

R. Università degli Studi di Roma

Facoltà di Scienze matematiche fisiche e naturali
Scuola di perfezionamento in Storia delle Scienze

LIBRETTO

delle lezioni di Eserciziari sui Testi
Storia delle Scienze

lettate dal sig. prof. Dott. LUIGI CARROCCI

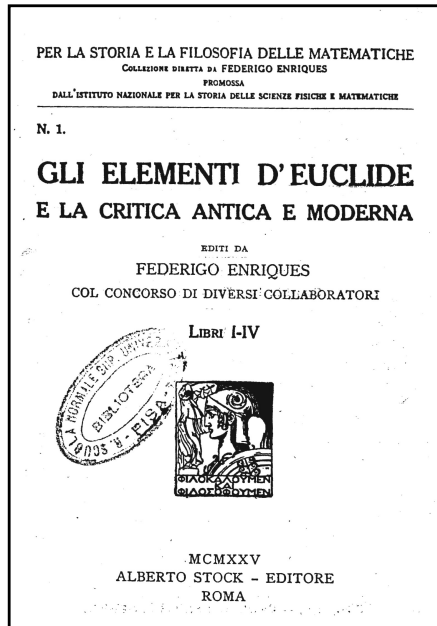
ARGOMENTO DELLA LEZIONE 1	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 4
<p>Importanza e origini scritte della storia della scienza</p> <p>Addì 27 Gennaio 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>	<p>Il concetto della matematica passò: Ritagliare: la loro matematica è nata in una prassi</p> <p>Addì 6 Febbra 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE 2	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 5
<p>L'elaborazione dei concetti scientifici in relazione al pensiero greco.</p> <p>Fonti</p> <p>Addì 21 Gennaio 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>	<p>Storia della matematica</p> <p>Addì 11 Febbra 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE 3	ARGOMENTO DELLA LEZIONE 6
<p>Il concetto della matematica passò: filosofia greca</p> <p>Addì 1 Febbra 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>	<p>Leva la critica di Fermat: nel 2° del meto</p> <p>Addì 12 Febbra 1935</p> <p>Firma dell'insegnante Enriques</p>

[ASUR,
Scuola di
Storia
della
Scienza]

ARGOMENTO DELLA LEZIONE	ARGOMENTO DELLA LEZIONE
<p>Importanza e origini scritte della storia della scienza</p> <p>Addì 27 novembre 1934</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>	<p>Astronomia ed matematica matematica matematica</p> <p>Addì 10 dicembre 1934</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE	ARGOMENTO DELLA LEZIONE
<p>Astronomia greca matematica matematica</p> <p>Addì 20 dicembre 1934</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>	<p>Spazio matematica matematica</p> <p>Addì 10 gennaio 1935</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>
ARGOMENTO DELLA LEZIONE	ARGOMENTO DELLA LEZIONE
<p>Il concetto della matematica passò: filosofia greca</p> <p>Addì 17 gennaio 1935</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>	<p>Leva la critica di Fermat: nel 2° del meto</p> <p>Addì 17 gennaio 1935</p> <p>Firma dell'insegnante L. Carrocci</p>

1938 – in un
discorso
all'Accademia
dei Lincei
Enriques
chiede
l'istituzione di
cattedre di
Storia della
matematica.
[Enriques 1938, p.
134]
Contrari
Ettore
Bortolotti e
Francesco
Severi.

La collana *Per la storia e la filosofia delle matematiche* (1925-1938)



→ L'idea della collana gli fu suggerita, come scrive egli stesso, *dalla pratica della Scuola di Magistero* [Enriques 1925, p. 7]

→ La collana si rivolgeva agli insegnanti, ma anche agli studenti delle scuole secondarie superiori, e in generale degli uomini colti. [Enriques, Forti 1925, p. 7].

Collaboratori (colleghi, allievi, **insegnanti**, **studenti**):

Ettore Bortolotti, Guido Castelnuovo, Umberto Forti, Amedeo Agostini, Oscar Zariski, Enrico Rufini, Ettore Carruccio, Attilio Frajese, Gino Castelnuovo, Guido Rietti, **Maria Lombardini**, **Maria Teresa Zapelloni**, **Ruth Struik**.

*La formazione di docenti di
matematiche, che siano
all'altezza dei loro compiti
didattici, richiede, in genere, **che
la scienza sia da loro
appresa non soltanto
nell'aspetto statico, ma
anche nel suo divenire.***

*E quindi che lo studioso
apprenda dalla storia a riflettere
sulla genesi delle idee, e d'altro
lato partecipi all'interesse per la
ricerca.*

[Enriques 1938, p. 190]

Per la storia e la filosofia delle matematiche

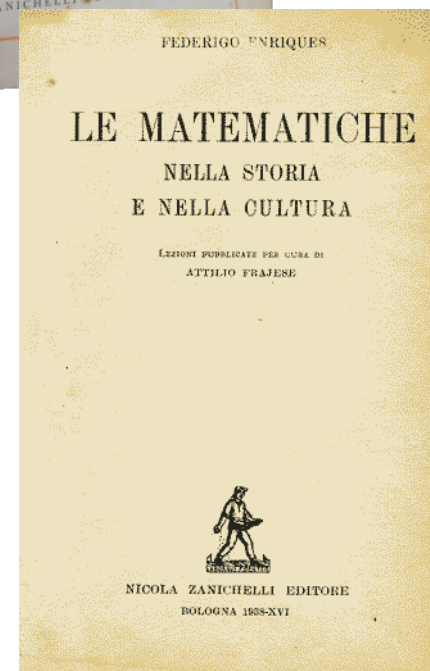
Federigo Enriques

- n. 1 F. ENRIQUES (a cura di), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri I-IV) Roma Alberto Stock 1925;
- n. 2 L. HEIBERG, *Matematiche, scienze naturali e medicina nell'antichità classica* Roma Alberto Stock 1924, traduzione di Gino Castelnuovo con note di F. Enriques;
- n. 3 F. ENRIQUES, U. FORTI (cura di), *I. Newton: Principii di Filosofia naturale, teoria della gravitazione*, Roma, Alberto Stock 1925;
- n. 4 E. RUFINI, *Il Metodo di Archimede e le origini dell'analisi infinitesimale nell'antichità*, Roma Alberto Stock 1926;
- n. 5 O. ZARISKI (a cura di), *Riccardo Dedekind: Essenza e significato dei numeri. Continuità e numeri irrazionali*, Roma, Alberto Stock 1926;
- n. 6 M. LOMBARDINI (a cura di), *A. C. Clairaut: La teoria della forma della terra dedotta dai principi dell'idrostatica*, Bologna Zanichelli 1928, con una nota di F. Enriques;
- n. 7 E. BORTOLOTTI (a cura di), *L'Algebra, opera di Rafael Bombelli da Bologna, Libri IV e V comprendenti "La Parte geometrica" inedita tratta dal manoscritto B. 1569, Biblioteca dell'Archiginnasio di Bologna*, Bologna Zanichelli 1929;
- n. 8 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri V-IX), Bologna Zanichelli 1930, a cura di Maria Teresa Zapelloni e Guido Rietti;
- n. 9 U. FORTI, *Introduzione storica alla lettura del "Dialogo sui massimi sistemi di Galileo Galilei"* Bologna Zanichelli 1931;
- n. 10 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libro X) Bologna Zanichelli 1932 a cura di Maria Teresa Zapelloni e Ruth Struik;
- n. 11 F. ENRIQUES (ed), *Gli Elementi d'Euclide e la critica antica e moderna*, (Libri XI-XIII) Bologna Zanichelli 1936 a cura di A. Agostini;
- n. 12 G. CASTELNUOVO, *Le origini del calcolo infinitesimale nell'era moderna*, Bologna Zanichelli 1938.

1937 - con Santillana, Enriques pubblica il *Compendio di storia del pensiero scientifico dall'antichità ai tempi moderni* (Bologna, Zanichelli), allo scopo di colmare la lacuna nell'insegnamento della filosofia e della storia nelle scuole secondarie.

1938 - pubblica il volume *Le matematiche nella storia e nella cultura* rivolto soprattutto agli studenti di scuola secondaria superiore e dei primi due anni di università.

Alcune pagine sono dedicate all'insegnamento (pp. 184-191).



1938 – leggi razziali

▶ Enriques tiene corsi di Geometria e di Storia delle matematiche per l'*università clandestina romana* [E. Castelnuovo 2001].

Testimonianza di un allievo:

Il corso che tenne di storia delle matematiche fu un memorabile avvenimento, che richiamò non soltanto gli studenti d'ingegneria. Il bel vecchio, l'affascinante signore [...] parlava con la voce piana e diritta dei grandi persuasori. Conduceva gli ascoltatori alla comprensione limpida di relazioni complesse, all'individuazione di nessi mai sospettati. [Della Seta 1996, p. 96]

▶ Dopo la Liberazione, Enriques è fra i sostenitori dell' **Istituto Romano di Cultura Matematica** fondato agli inizi del 1945 da Tullio Viola e da Emma Castelnuovo per discutere problemi didattici e per la formazione degli insegnanti.

Avvia incontri con allievi e insegnanti nella propria casa :

*... eravamo 8,10 al massimo. Enriques aveva proposto di studiare dei **libri di geometria** [...] **del 1700-1800**, di geometria elementare per avere un'idea di come si poteva forse modificare il corso allontanandosi da Euclide.* [E. Castelnuovo 2007, p. 25]

Enriques muore a Roma il 14 giugno 1946

Queste idee sono state sostenute da noi, anche con battaglie, nel campo sociale delle istituzioni scientifiche e dell'ordinamento degli studi; e non abbiamo perduto la speranza che esse sieno per lasciare qualche seme fruttifero. [Enriques 1922, 287]



Bibliografia secondaria essenziale

Federigo Enriques, Edizione Nazionale delle Opere

<http://enriques.mat.uniroma2.it/italiano/home.html> (con ampia bibliografia)

Avellone, M., A. Brigaglia and C. Zappulla 2002, *The Foundations of Projective Geometry in Italy from De Paolis to Pieri*, *Archive for History of Exact Sciences* 56, 5, 363-425.

Bolondi G. 2004, *Enriques, Severi, l'Enciclopedia italiana e le istituzioni culturali*, in *Enriques e Severi, matematici a confronto nella cultura del Novecento*, a cura di O. Pompeo Faracovi, Sarzana, Agorà edizioni, 79-106

Bottazzini, U., A. Conte and P. Gario. 1996, *Riposte armonie. Lettere di Federigo Enriques a Guido Castelnuovo*. Torino, Boringhieri.

Campedelli L. 1973, *Un cinquantennio. Federigo Enriques nell'insegnamento*, *Accademia N. dei Lincei*, Quaderno N. 184, 75-90

Ciliberto C. 2004, *Enriques, Severi, l'Enciclopedia italiana e le istituzioni culturali*, in Pompeo Faracovi 2004, 29-49

Faracovi Pompeo O. 2004, *L'impoliticità dell'intellettuale*, in Pompeo Faracovi 2004, 107-130

Giacardi L. 2012, *Federigo Enriques (1871-1946) and the training of mathematics teachers in Italy*. In S. Coen (Ed.). *Mathematicians in Bologna 1861-1960*, Basel, Birkhäuser, 209-275.

Guerraggio A., Nastasi P. 1993, *Gentile e i matematici italiani. Lettere 1907-1943*. Torino, Bollati Boringhieri

- Israel G. 1984**, *Le due vie della matematica italiana contemporanea*, pp. 253-287, in *La ristrutturazione delle scienze tra le due guerre mondiali*. Vol. I: L'Europa, G. Battimelli, M. De Maria and A. Rossi, eds. Rome, La Goliardica
- Israel G. 1992**, *F. Enriques e il ruolo dell'intuizione nella geometria e nel suo insegnamento*, Prefazione a F. Enriques, *Elementi di geometria*, IX-XXI
- Israel G. 1993**, Enriques, Federigo. In *DBI*, Roma, vol. XLII, 777-783.
- Israel G., Nastasi P. 1998**, *Scienza e razza nell'Italia fascista*, Bologna, Il Mulino
- Linguetti S. 2004**, *Una concorrenza editoriale*, in Pompeo Faracovi 2004, pp. 131-160
- Luciano E., Roero S. 2012**, *From Turin to Göttingen: Dialogues and Correspondence (1879-1923)*, *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche*, 32, 1, 7-232.
- Nastasi P. 2004**, *Considerazioni tumultuarie su Federigo Enriques*, in *Intorno a Enriques* a cura di L.M. Scarantino, Sarzana, Agorà edizioni, pp. 79-204
- Nurzia L. 1979**, *Relazioni tra le concezioni geometriche di Federigo Enriques e la matematica intuizionistica tedesca*, *Physis*, 21, 157-193
- Rowe, D. E. 1985**, *Felix Klein's Erlanger Antrittsrede. A transcription with English translation and commentary*. *Historia Mathematica*, 12, 123–141.
- Schubring, G. 1989**, *Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: The Role and Impact of Felix Klein*. In D. Rowe, J. McCleary (Eds.) *The History of Modern Mathematics*, London, Academic Press, II, pp. 170–220.
- Vesentini E. 2004**, *Un contrasto fra matematici nella cultura italiana del Novecento*, in Pompeo Faracovi 2004, pp. 8-27