Fisica senza Matematica: è possibile?

di Carlo Veronesi

Dipartimento di Filosofia, Pedagogia e Psicologia - Università di Verona

---

Introduzione

I libri di divulgazione scientifica che ormai abbondano sugli scaffali delle librerie sembrano avere una caratteristica comune: al loro interno possiamo trovare immagini, tabelle e grafici ma generalmente pochissime formule matematiche, nel timore, si può presumere, di scoraggiare i potenziali lettori. Stephen Hawking, nelle pagine introduttive al suo ormai classico *Dal big bang ai buchi neri* (1988) dichiarava apertamente di aver deciso di non metter formule dopo che qualcuno gli disse che ogni equazione inserita avrebbe dimezzato le vendite del libro. Hawking comunque ci spiega che la scienza moderna fa certamente uso di un apparato matematico difficile da padroneggiare per i non specialisti ma che tuttavia "*le idee fondamentali sull'origine e la sorte dell'universo possono essere espresse senza bisogno di far ricorso alla matematica, in un modo comprensibile anche da chi non abbia una formazione scientifica*" ([1], p. 5). Poi – aggiunge prudentemente – sarà il lettore a giudicare se il suo tentativo sia riuscito o meno.

Concetti analoghi sono espressi anche nella Premessa al recente *Alla ricerca delle leggi di Dio* (2014) del noto scienziato e divulgatore Edoardo Boncinelli. Il titolo non deve trarre in inganno: ci sono alcune pagine in cui si dice che, per uno scienziato, la persuasione di essere fatto a immagine e somiglianza divina può essere una grande spinta per cercare di capire i segreti dell'universo. Per il resto il libro parla esclusivamente di Fisica, da Newton fino agli sviluppi più recenti. Anche qui l'autore ci avverte che il suo saggio non contiene né formule, né figure, né esercizi, dicendosi tuttavia convinto che, nonostante questi "difetti", possa ugualmente far comprendere contenuti e metodi della scienza fisica. Si può osservare che, anche senza formule, la lettura del libro resta abbastanza impegnativa, certo stimolante, ma apparentemente alla portata di un pubblico che abbia già una certa conoscenza degli argomenti. Detto questo, il libro contiene altre considerazioni che vanno oltre le esigenze e i problemi della divulgazione e mettono in discussione il ruolo della matematica nell'indagine e nella conoscenza del mondo. Dopo aver ricordato il notissimo passo de *Il*

Saggiatore, in cui Galileo scriveva che, se vogliamo leggere il libro della natura senza far uso della linguaggio matematico, rischiamo di aggirarci vanamente in un oscuro labirinto, Boncinelli osserva che anche dopo Galileo molti altri studiosi hanno pensato che il "*linguaggio con il quale si può capire il mondo sia intrinsecamente matematico. Che la matematica, cioè, abbia una sua realtà che prescinde dal nostro approccio e che addirittura venga prima del mondo materiale e abbia uno status epistemologico, se non ontologico, privilegiato*". Boncinelli prosegue dichiarando di non condividere questa pur seducente prospettiva e di ritenere che la matematizzazione della fisica sia stata "*un passaggio storicamente inoppugnabile, ma non inevitabile*" ([2], p. 21). Non tutti i divulgatori, tuttavia, sarebbero d'accordo con questo discorso. In un altro libro recentissimo, *L'universo matematico*, uscito in traduzione italiana alla fine del 2014, il fisico e cosmologo Max Tegmark, sostiene tesi del tutto opposte. In questo volume di molte pagine (e ancora con pochissime formule) l'autore cerca di dimostrare una tesi molto forte, che viene più volte ribadita, cioè che il mondo fisico non è solamente *descritto* dalla matematica ma è esso stesso una struttura matematica ([3], p. 15).

Su questi grandi problemi, che riguardano la natura degli oggetti matematici e il loro ruolo nella costituzione e nella conoscenza del mondo fisico, si sono a lungo confrontate, e ancora si confrontano, diverse scuole di pensiero. Continuiamo a chiederci se gli enti matematici siano una costruzione umana che cerchiamo di applicare al mondo, oppure se non sia il mondo esterno ad avere in se stesso una struttura matematica, come anticamente aveva già pensato Pitagora.

A questa concezione pitagorica, secondo la quale "tutto è numero", Platone aggiunse che i numeri matematici che ricaviamo dal mondo non sono i veri numeri ideali ma solo una loro copia imperfetta. Gli oggetti ideali dell'aritmetica e della geometria avrebbero una loro esistenza autonoma, in un mondo di Idee o Forme astratte situato al di fuori dello spazio e del tempo. L'uomo può giungere a conoscere le proprietà di questi enti matematici cercando di ricostruirle attraverso il ricordo, perché la sua anima, ancor prima della nascita, era stata a contatto con queste forme ideali.

È abbastanza ovvio che oggi risulta difficile condividere questa antica teoria della reminiscenza e che tutta la concezione pitagorico-platonica ci sembra avvolta in una sorta di oscurità mistica: è più facile pensare che la matematica sia un linguaggio potente per descrivere la realtà ma non sia essa stessa reale. Resta allora da spiegare perché questo linguaggio sia così efficace nella descrizione del mondo fisico: se gli enti matematici non esistono, né in un mondo parallelo né nel mondo reale, perché abbiamo bisogno del linguaggio matematico per comprenderlo?

Qualche secolo fa Kant aveva dato una risposta: le strutture matematiche che leggiamo nel mondo sono un riflesso della nostra mente, che deve necessariamente organizzare l'esperienza attraverso il filtro della geometria euclidea e della fisica newtoniana. Kant pensava che fossimo costretti a interpretare la natura secondo queste leggi fisiche e geometriche. Dopo Einstein divenne però chiaro che sono possibili anche teorie diverse e che certe forme mentali che credevamo vere a priori possono rivelarsi sbagliate. La Fisica di Einstein ha rovesciato, insieme alla Fisica di Newton, anche le nostre intuizioni fondamentali sullo spazio, sul tempo e sul moto. Perciò, anche pensando che la nostra esperienza sia filtrata da certe categorie della mente, dobbiamo sapere che queste possono essere ingannevoli e che, anziché ordinare, possono ostacolare e deformare la nostra lettura del mondo.

L'*Argomento di Indispensabilità* in filosofia della matematica

Nel recente dibattito filosofico l'applicabilità degli oggetti della matematica al mondo fisico viene adottata proprio come argomento a favore della loro esistenza. Questo è il cosiddetto *Argomento di Indispensabilità*, usualmente attribuito ai filosofi analitici americani Quine e Putnam. Secondo questa argomentazione, la matematica esiste perché è indispensabile per le teorie scientifiche: se certe teorie matematiche risultano indispensabili (in qualche modo che sarebbe da precisare) per le nostre teorie scientifiche e queste teorie sono vere o ben corroborate dall'esperienza, allora dobbiamo supporre che siano confermate anche le teorie matematiche che occorrono in esse in modo indispensabile e che esistano gli oggetti matematici su cui vertono queste teorie. La teoria dei numeri reali, in primo luogo, è connessa con le teorie fisiche a un punto tale che non sembra possibile pensare che la fisica abbia senso senza concludere che esistano anche questi numeri. E il discorso può valere più in generale: la teoria della relatività e le altre teorie più avanzate vengono formulate facendo uso di matrici, varietà, tensori…; perciò, se crediamo che la teoria della relatività sia valida, dovremmo sentirci impegnati a riconoscere anche l'esistenza di queste entità matematiche.

In letteratura si parla di *impegno o coinvolgimento ontologico* (*ontological commitment*) per le entità matematiche e l'Argomento di Indispensabilità viene spesso formulato attraverso due premesse P_1 e P_2 seguite da una conclusione C:

P_1) Dobbiamo impegnarci ontologicamente verso tutte e sole le entità indispensabili per la formulazione delle nostre migliori teorie scientifiche.

P_2) Le entità matematiche sono indispensabili alla formulazione delle migliori teorie scientifiche.

C) Dobbiamo impegnarci ontologicamente nei confronti delle entità matematiche.

A buon senso, l'Argomento non sembra del tutto convincente e le perplessità possono nascere dall'una o dall'altra delle sue premesse. I sostenitori dell'argomentazione osservano che la premessa P_1 si appoggia a un retroterra filosofico o metodologico: la cosiddetta *concezione olistica della scienza*, secondo cui le teorie scientifiche vengono sottoposte al tribunale dell'esperienza non isolatamente, ma collegate a un insieme di ipotesi ausiliarie e di conoscenze di sfondo. Se, per fare un esempio, vogliamo sottoporre a controllo una teoria astronomica, dobbiamo pensare che vengano usati telescopi o altri strumenti che coinvolgono le leggi dell'ottica e altre conoscenze sottintese. Cosicché, se la teoria astronomica è confortata dalle osservazioni, allora si deve pensare che questo riguardi anche tutte le ipotesi ausiliarie collegate: cioè che le leggi dell'ottica impiegate siano corrette, che gli strumenti non siano difettosi, che gli sperimentatori siano stati abili…, e anche che siano stati convalidati i concetti e i procedimenti matematici coinvolti. E tuttavia questo tipo di considerazioni non sembra sufficiente per farci credere che gli enti matematici esistano allo stesso modo delle stelle, dei pianeti e dei corpi materiali: perché gli enti matematici, a differenza degli oggetti fisici, sono sicuramenti inosservabili. A questa obiezione viene usualmente contrapposta la tesi che anche nella scienza fisica abbiamo a che fare con entità e particelle inosservabili, la cui esistenza è postulata soltanto in base alle nostre teorie. Le particelle elementari sembrano inosservabili quanto i numeri e dunque, visto che la scienza finisce sempre, o spesso, per collegarsi anche ad astrazioni matematiche, sarebbe scorretto pensare che i quark e gli elettroni esistono mentre gli enti matematici invece non esistono.

Anche accettando questa ulteriore specificazione, sembra ancora possibile pensare che esistano sia numeri che elettroni ma che abbiano un diverso tipo di esistenza. La forza e il limite dell'Argomento di Indispensabilità consistono proprio in questo: ci impegna ad attribuire un qualche tipo di esistenza agli oggetti matematici ma non riesce a specificarne la natura. L'Argomento non ci dice nulla a questo proposito, così come non ci permette di concludere nulla circa l'esistenza delle teorie matematiche che non hanno una qualche applicazione fisica.

La "*Scienza senza numeri*" di Hartry Field

Ci sarebbero anche altri motivi di insoddisfazione nei confronti dell'Argomento di Indispensabilità. Noi vorremmo credere alla matematica non solo perché è insostituibile per la scienza: il fatto che esistano infiniti numeri primi ci appare come una verità di ragione, che non dipende dall'esperienza sensibile. Per questo l'Argomento di Indispensabilità, che è un argomento *a posteriori*, può apparire deludente, specialmente per i sostenitori del platonismo matematico. Il platonista moderno, anche se non crede più che la sua anima sia stata nell'Iperuranio, ritiene di poter riconoscere le verità matematiche solo con la mente, cioè senza far ricorso all'esperienza. Ma l'Argomento è attaccato, per ragioni diverse, anche dagli antiplatonisti. A loro giudizio questo Argomento non sarebbe insufficiente ma sbagliato, perché è sbagliata la premessa P_2: non possiamo dedurre la realtà della matematica dalla sua indispensabilità per la fisica semplicemente perché la matematica non è affatto indispensabile a questo scopo. La matematica è utile, preziosa per l'indagine del mondo, ma può essere dispensata dall'obbligo di descriverlo. I filosofi cosiddetti *finzionalisti* sono dell'idea che, in linea di principio, le teorie scientifiche potrebbero essere formulate evitando l'impegno ontologico su oggetti matematici. Per il finzionalismo la matematica è una *fiction*: i suoi enunciati non sono veri in senso letterale; sono veri relativamente a un certo contesto. L'affermazione "*2+2=4*" è vera nell'aritmetica standard così come l'affermazione "*Oliver Twist vive a Londra*" è vera nel romanzo di Dickens. Dal punto di vista finzionalista esistono realmente solo oggetti concreti come sedie, montagne e pianeti. Gli oggetti astratti non esistono e non esistono neppure gli oggetti matematici; esistono solo i loro nomi. In questo il finzionalismo è una sorta di moderno nominalismo. Hartry Field, principale rappresentante di questa corrente filosofica, nel saggio *Science without Numbers* (uscito nel 1980 e ancora oggetto di dibattito epistemologico) ha cercato di mostrare che la fisica può essere ricostruita in modo nominalista, cioè facendo ricorso a relazioni qualitative su oggetti concreti anziché a relazioni quantitative che impegnano numeri e astrazioni matematiche. Dunque, se seguiamo Field, non si può invocare l'indispensabilità della matematica numerica come argomento a sostegno della sua realtà.

Nel suo programma Field procede considerando in primo luogo la geometria, intesa come prima descrizione del mondo fisico. Punti, linee e superfici vengono visti come realtà spaziali e tutta la geometria viene organizza con relazioni qualitative fra questi oggetti (nominalisticamente accettabili). Per i suoi scopi Field si ricollega ai *Fondamenti della geometria* di David Hilbert, anche se per Hilbert la geometria è una scienza formale che prescinde dal significato dei suoi termini, mentre per Field gli enti geometrici devono avere un significato spazialmente concreto. Field prende a prestito da Hilbert la relazione ternaria fra punti "stare fra", che nella trattazione hilbertiana è una relazione primitiva regolata da assiomi (cfr. [6], pp. 5-6) ma ha comunque un significato intuitivo: il punto x sta y e z se appartiene al segmento di estremi y e z. Field ricorda poi ([5], p. 26) un altro risultato di Hilbert che, in un'opera più estesa, aveva mostrato che, dato un modello del suo sistema assiomatico, si può considerare una funzione distanza d che manda coppie di punti nell'insieme dei numeri reali non negativi, soddisfacente alle seguenti "condizioni di omomorfismo":

(a) dati i punti x, y, z, w, il segmento $[xy]$ è congruente al segmento $[zw]$ se e solo se $d(x,y) = d(z,w)$;
(b) per ogni terna di punti x, y, z , il punto y sta fra x e z se e solo se $d(x,y)+d(y,z) = d(x,z)$.

Si vede subito che, sfruttando la relazione "stare fra", si possono definire multipli e sottomultipli senza far ricorso a numeri: il segmento $[ab]$ ha lunghezza doppia del segmento [*cd*] se esiste un punto *x* tra *a* e *b* tale [*ax*] è congruente a [*cd*] e [*xb*] è congruente a [*cd*]. Proseguendo in questo modo Field intende mostrare che ogni relazione con numeri e distanze può essere rimpiazzata da relazioni fra entità geometriche e che quindi non ci sarebbe bisogno di numeri in geometria. Insomma Field colloca la geometria nell'ambito della tradizionale concezione sintetica e, se si pensa che la quantificazione della scienza sia anche dovuta al metodo delle coordinate della geometria analitica, questa sembra una prima mossa corretta. Inoltre, secondo Field, quello che può essere fatto per la geometria è in linea di principio possibile anche per le teorie fisiche. La termodinamica potrebbe essere formulata attraverso la relazione qualitativa "essere più freddo di" fra diverse regioni dello spazio, anziché in termini quantitativi con scale termometriche e misure di temperature. Field si ingegna a riformulare anche la gravitazione newtoniana in un linguaggio nominalistico, cercando di dare un'idea di come si potrebbe fare per altre branche della fisica.

Questi pochi cenni bastano a farci intuire una certa macchinosità di questo programma: non si vede perché tutta questa costruzione, che cerca di espellere ogni quantificazione numerica dalla scienza, sarebbe preferibile a una teoria che impiegasse i numeri. Lo stesso Field non nega che il ricorso alla matematica usuale sia assai più vantaggioso, ma il fatto che, in linea teorica, sia possibile farne a meno, serve – a suo avviso – a togliere forza all'Argomento di Indispensabilità (e indirettamente alle concezioni pitagorico-platoniche nella scienza).

Premi Nobel a confronto

L'idea che la matematizzazione della scienza abbia una funzione strumentale più che ontologica non è una novità introdotta dai filosofi finzionalisti. Questa è anche l'opinione di molti scienziati: le nostre teorie matematiche ci forniscono modelli potenti per descrivere certi aspetti della realtà ma restano una nostra costruzione che non può pretendere di riflettere la vera essenza delle cose. Percy Bridgman, Premio Nobel per la Fisica dell'anno 1946, per esempio scriveva: "*I numeri non esistono in natura, né la natura fa di conto. Dovunque troviamo numeri è perché noi ve li abbiamo messi* (…). *Ogni volta che usiamo i numeri, impieghiamo qualcosa in cui noi stessi siamo coinvolti, e ciò che troviamo è in qualche modo connesso con noi stessi"* ([7], p. 317). Ma non tutti i fisici sarebbero d'accordo con queste affermazioni; alcuni, anche fra i grandissimi, sembrano ancora vicini a concezioni pitagorico-platoniche. Inoltre molti uomini di scienza rimangono stupiti di fronte al fatto sorprendente che a volte il pensiero matematico sembra anticipare, alquanto misteriosamente, la scoperta fisica. Einstein formulò la teoria della relatività utilizzando la geometria di Riemann, una teoria creata assai prima e che dallo stesso Riemann era stata considerata sul piano di una pura possibilità logica. Questo è l'esempio più noto ma si possono ricordare altri casi (numeri complessi, algebra delle matrici, quaternioni di Hamilton…) di teorie matematiche elaborate prima delle loro applicazioni al mondo reale, da matematici puri che non intendevano affatto applicarle al mondo. Di fronte a questo potere della matematica, Eugene Paul Wigner, premio Nobel nel 1963, in un saggio famoso, usava queste parole:

"*L'enorme efficacia della matematica nella scienza naturale è un fatto che sfiora il mistero e per il quale non vi è nessuna spiegazione razionale* (…)*. Non è affatto naturale che esistano "leggi di natura" e ancor meno che l'uomo sia capace di scoprirle* (…)*. Il fatto che il linguaggio della matematica sia così appropriato per la formulazione delle leggi della fisica è un regalo meraviglioso che noi non comprendiamo, né meritiamo*". ([8], p. 2 e segg.)

Lo stesso Einstein, se seguiamo l'opinione del suo principale biografo (cfr. [9], p. 189), era rimasto impressionato dal fatto di aver trovato la Geometria riemanniana già pronta per la relatività generale:

"*Sono convinto* – scriveva Einstein – *che per mezzo di costruzioni puramente matematiche è possibile scoprire quei concetti che ci danno la chiave per comprendere i fenomeni naturali ed i principi che li legano fra di loro. I concetti matematici possono essere suggeriti dall'esperienza ma mai dedotti da questa. L'esperienza resta, naturalmente, l'unico criterio per utilizzare una costruzione matematica per la fisica, ma è nella matematica che risiede il principio creativo. Sono portato a credere nella capacità, in un certo senso, del pensiero puro a dominare la realtà, proprio come pensavano gli antichi*". ([10], p. 257).

In altri scritti Einstein assume posizioni più sfumate, scrivendo che lo scienziato teorico che vuole occuparsi di filosofia può apparire, a volte, come un *platonico* o un *pitagorico* ma, di fronte al grande mistero della comprensibilità del mondo, non può ancorarsi a un solo quadro concettuale ed epistemologico. Lo scienziato – è ancora Einstein che scrive – potrebbe anche apparire agli occhi dell'epistemologo sistematico come "*una sorta di opportunista senza scrupoli*" ([11], p. 227-228), perché il solo fattore determinante che possa fargli da guida è il successo dei risultati ([12], p. 39).

Altre osservazioni

Siamo partiti prendendo in considerazione alcuni libri di divulgazione scientifica, in cui era ritenuto possibile e conveniente evitare l'uso della matematica e dei suoi simboli. Poi ci siamo chiesti se questa possibilità di fare a meno della matematica non si limitasse alla divulgazione, ma potesse, più in generale, riferirsi all'intero processo della conoscenza. I filosofi finzionalisti si sforzano di mostrare che, in linea di principio, la matematica non sarebbe indispensabile per gli scopi della scienza. Molti scienziati, senza spingersi fino a questo punto, ritengono comunque che i nostri modelli matematici non possano aspirare a un ruolo ontologico, né penetrare l'essenza stessa delle cose. Altri pensano invece che la struttura del mondo sia intrinsecamente matematica e che dunque la matematica debba avere un ruolo epistemologico previlegiato nell'indagine e nella conoscenza del modo fisico. In queste questioni nessuno può avere l'ultima parola ma, prima di concludere, vogliamo accennare a un'argomentazione di altro tipo, che cerca di spiegare perché la matematica possa essere una nostra creazione e contemporaneamente descrivere così bene la realtà del mondo.

In un libro uscito alcuni anni fa, il matematico Reuben Hersh scriveva: "*La matematica fa parte della cultura e della storia umane, ed è dunque radicata nella nostra natura biologica e nel nostro ambiente fisico e biologico. Le nostre idee matematiche si adattano al mondo reale per lo stesso motivo per cui i nostri polmoni riescono a respirare l'atmosfera terrestre*" ([13], p. 51).

La matematica sarebbe dunque una "proprietà emergente" dell'evoluzione del pensiero umano che si è imposta mediante i meccanismi della selezione naturale e poi attraverso l'evoluzione culturale. Si può notare, seguendo per esempio il cosmologo John Barrow, che questo tipo di argomentazione sembra insufficiente a spiegare perché le nostre costruzioni matematiche si applichino anche al di fuori dell'ambiente terrestre in cui ci siamo evoluti, estendendosi fino ai confini estremi dell'Universo (cfr. [14], p. 56). Potremmo allora chiederci se l'intelligenza matematica non sia un prodotto di tutta l'evoluzione cosmica e se si debba addirittura credere a un *Principio Antropico*, per cui l'Universo sarebbe tarato in modo da permettere la vita e le menti che lo comprendono. Questi sono interrogativi ancora più grandi di quelli da cui siamo partiti, ma in questo genere di questioni è difficile arrestare il regresso infinito delle domande.

Riferimenti bibliografici:

[1] Hawking, Stephen, *Dal Big Bang ai buchi neri. Breve storia del tempo*, Rizzoli, Milano 1988.

[2] Boncinelli, Edoardo, *Alla ricerca delle leggi di Dio*, Rizzoli, Milano 2014.

[3] Tegmark, Max, *L'Universo matematico. La ricerca della natura ultima della realtà*, Bollati Boringhieri, Torino 2014.

[4] Colyvan, Mark, "Indispensability Arguments in the Philosophy of Mathematics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Spring 2015 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), http://plato.stanford.edu/archives/spr2015/entries/mathphil-indis/.

[5] Field, Hartry, *Science without Numbers. A Defense of Nominalism*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey 1980.

[6] Hilbert, David, *Fondamenti della geometria*, Feltrinelli, Milano 1970.

[7] Bridgman, Percy W., "Science and Broad Points of View", *Proceedings of the National Academy of Science"*, 42, 1956, pp. 315-325.

[8] Wigner, Eugene P., "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences", *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, No. I (February 1960), pp. 1-14.

[9] Pais, Abraham, *"Sottile è il Signore…" La scienza e la vita di Albert Einstein*, Bollati Boringhieri, Torino 1986 e 2012.

[10] Einstein, Albert, *Idee e opinioni*, Schwarz, Milano 1957.

[11] Einstein, Albert, "Replica alle osservazioni dei vari autori", *Autobiografia scientifica*, Boringhieri , Torino 1979, pp. 206-233.

[12] Einstein, Albert, *Pensieri degli anni difficili*, Bollati Boringhieri, Torino 1965 e 2014.

[13] Hersh, Reuben, *Cos'e davvero la matematica*, Baldini & Castoldi, Milano 2001.

[14] Barrow, John D., *Perché il mondo è matematico?*, Laterza, Roma-Bari 1992.