

*La matematica di Emile Borel nella  
transizione tra '800 e '900*

Laurent Mazliak

Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires  
Université Pierre et Marie Curie, Parigi, Francia



Emile BOREL  
(1871-1956)





*Pisa, Scuola Normale Superiore*



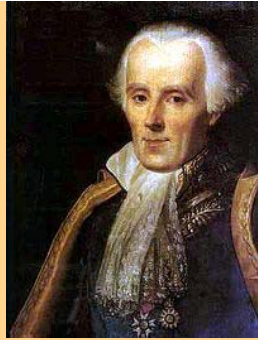
**PASSE-TEMPS**  
**MATHÉMATIQUE,**  
**OU RECRÉATION**

**A L'ILE SAINTE-HÉLÈNE.**

**CE Jeu qui occupe, à ce qu'on prétend, les loisirs du fameux exilé à STE.-HÉLÈNE, est composé de sept figures, avec lesquelles on exécute toutes celles contenues dans ce recueil et une infinité d'autres, en observant que toutes les sept figures doivent être employées pour chaque copie.**



S  
P



**P-S.Laplace (1749-1827)**

*Ministre de l'Intérieur (1799)*

*Sénateur (1799)*



**G.Monge (1746-1818)**

*Sénateur (1799)*



**J.Fourier (1768-1830)**

*Administrateur civil de l'Egypte  
(1799)*

*Préfet de l'Isère (1802)*



**L.Carnot (1753-1823)**

*Ministre de la Guerre (1800)*

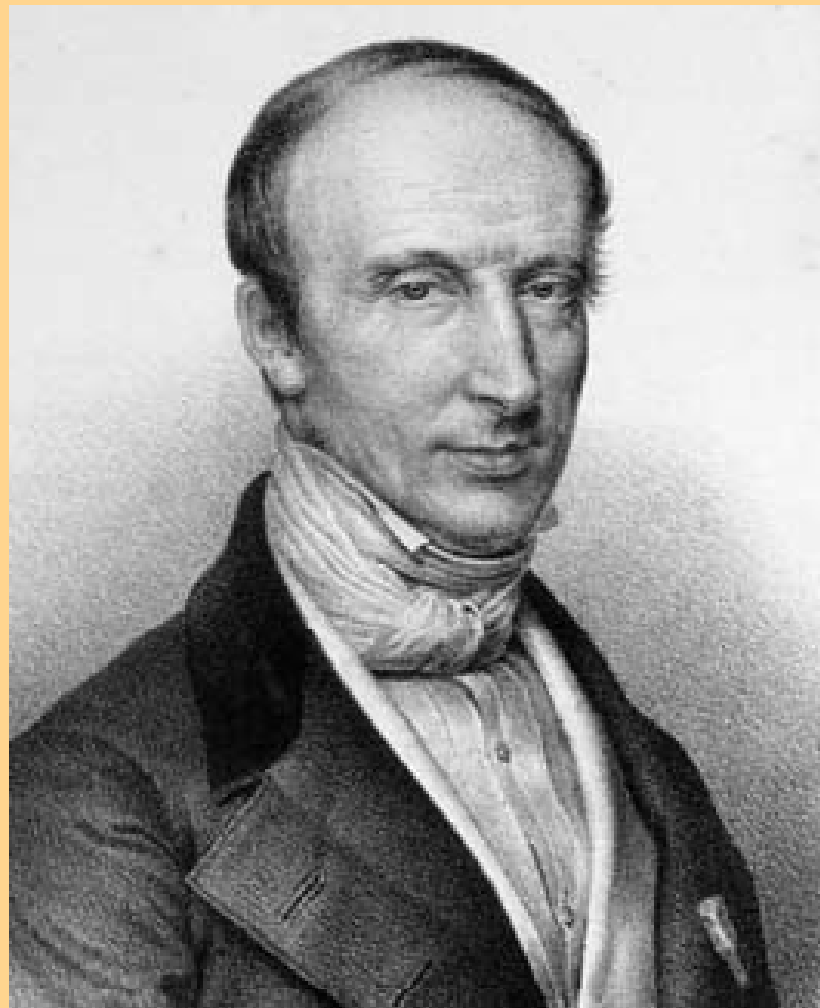
*Tribun (1802)*



**J.L.Lagrange**

**(1736-1813)**

*Sénateur (1799)*



Augustin Cauchy  
(1789-1857)



## CHAPITRE VI.

*Des Séries convergentes et divergentes. Règles sur la convergence des Séries. Sommaton de quelques Séries convergentes.*

§. 1.<sup>er</sup> *Considérations générales sur les Séries.*

ON appelle *série* une suite indéfinie de quantités

$$u_0, u_1, u_2, u_3, \&c. \dots$$

qui dérivent les unes des autres suivant une loi déterminée. Ces quantités elles-mêmes sont les *différens termes* de la série que l'on considère. Soit

$$s_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$$

la somme des  $n$  premiers termes,  $n$  désignant un nombre entier quelconque. Si, pour des valeurs de  $n$  toujours croissantes, la somme  $s_n$  s'approche indéfiniment d'une certaine limite  $s$ ; la série sera dite *convergente*, et la limite en question s'appellera la *somme* de la série. Au contraire, si, tandis que  $n$  croit indéfiniment, la somme  $s_n$  ne s'approche d'aucune limite fixe, la série sera *divergente*, et n'aura plus de somme. Dans l'un et l'autre cas, le terme qui correspond à l'indice  $n$ , savoir  $u_n$ , sera ce qu'on nomme le *terme général*. Il suffit que l'on donne ce

Cauchy:  
*Analyse Algébrique*  
(1821)



Nils Abel  
(1802-1829)



Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet  
(1805-1859)



Bernhard RIEMANN  
(1826-1866)

---

# BETTI, BRIOSCHI, CASORATI,

TROIS ANALYSTES ITALIENS

ou

TROIS MANIÈRES D'ENVISAGER LES QUESTIONS D'ANALYSE.

PAR M. VITO VOLTERRA (Rome).

---

Dans l'automne de l'année 1858, trois jeunes géomètres italiens partaient ensemble pour un voyage scientifique.

Leur but était de visiter les Universités de France et d'Allemagne, d'entrer en rapport avec les savants les plus remarquables, d'en connaître les idées et les aspirations scientifiques et, en même temps, de répandre leurs travaux.

Ce voyage entrepris par Betti, Brioschi et Casorati marque une date qu'il est bon de rappeler. L'Italie allait devenir une nation. Elle entre à partir de cette époque dans le courant des grands travaux scientifiques et, par un nombre de travailleurs toujours croissant, apporte sa contribution à l'œuvre commune.

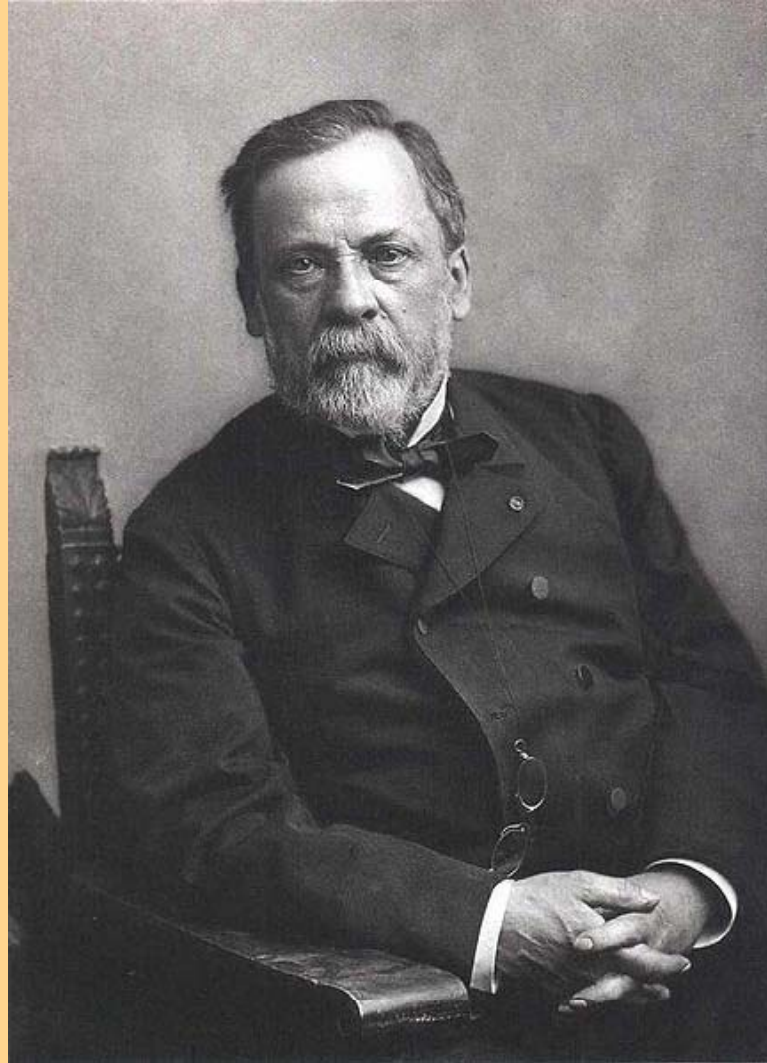
Dans ce jour où tant de mathématiciens se réunissent en inaugurant un échange fécond d'idées, j'aime à rappeler ce souvenir.

Il serait impossible de comprendre et de suivre les progrès de l'Analyse en Italie, dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle, sans connaître à fond l'œuvre poursuivie avec patience et avec énergie pendant un grand nombre d'années par les trois géomètres dont je viens de rappeler les noms, secondés par les efforts de leurs meilleurs élèves.

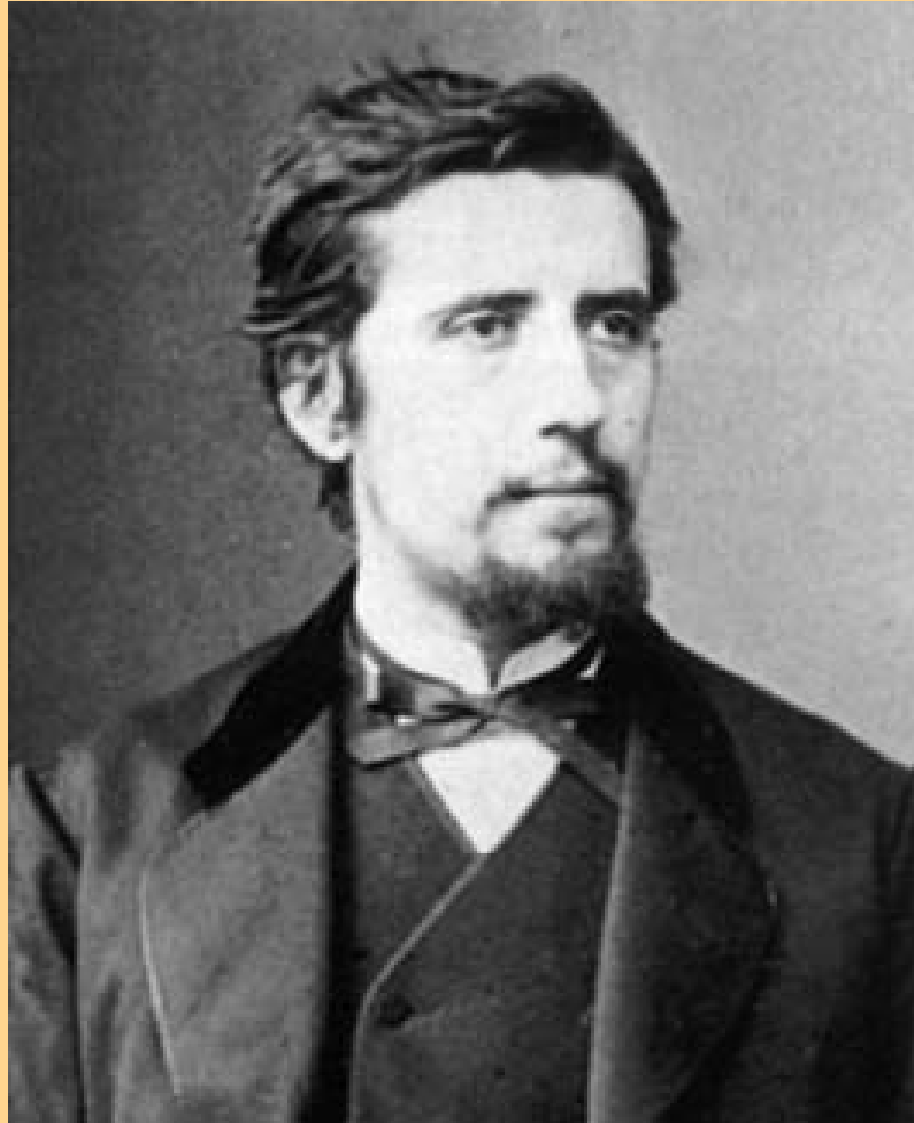
C'est à leur enseignement, à leurs travaux, au dévouement infatigable avec lequel ils poussaient les élèves et les jeunes savants vers les recherches scientifiques, à l'influence qu'ils ont exercée dans l'organisation des hautes études, aux rapports qu'ils ont établis entre



*I Tedeschi assediano Parigi (1870-71)*



Louis PASTEUR  
(1822-1895)



Gaston DARBOUX  
(1842-1917)



Nous avons besoin de refaire notre enseignement supérieur. Les Allemands nous enfoncent par le nombre, là comme ailleurs. Je crois que si cela continue les Italiens nous dépasseront avant peu. Aussi tâchons avec notre Bulletin de réveiller ce feu sacré et de faire comprendre aux Français qu'il y a un tas de choses dans le monde dont ils ne se doutent pas, et que si nous sommes toujours la Grrrrande [sic !] nation, on ne s'en aperçoit guère à l'étranger.

*Darboux a Houel, fine 1870*

suivant une loi qu'il indique, des valeurs initiales des coordonnées et des composantes de la vitesse.

LIVERANI (P.). — *Les étoiles filantes de la période d'août.* (4 p.)

PROVENZALI (P.-S.-F.). — *Sur le coefficient mécanique de la chaleur.* (3 p.)

DONNINI (P.). — *Sur quelques propriétés d'un anneau très-mince, de forme elliptique, et hétérogène.* (4 p.)

LUVINI (G.). — *Sur la viscosité superficielle des liquides.* (4 p.)

ECCHER (A. DE). — *Sur la réponse du professeur G. Cantoni aux observations faites à son travail sur l'électrophore et la polarisation électrostatique.* (19 p.)

ECCHER (A. DE). — *Observations sur quelques expériences du professeur R. Ferrini sur la polarisation électrostatique.* (14 p.)

BELLUCCI (G.). — *Pluie extraordinaire d'étoiles filantes, le 27 novembre 1872.* (4 p.)

---

#### MÉLANGES.

SUR LA POSSIBILITÉ DE REPRÉSENTER UNE FONCTION PAR UNE SÉRIE TRIGONOMÉTRIQUE;

PAR B. RIEMANN.

Publié, d'après les papiers de l'auteur, par R. DEDEKIND (\*).

(Traduit de l'allemand.)

Le présent travail sur les séries trigonométriques se compose de deux Parties essentiellement distinctes. La première contient une histoire des recherches et des opinions des géomètres sur les fonc-

---

(\* Ce Mémoire a été présenté par l'auteur, en 1854, à la Faculté de Philosophie pour son habilitation à l'Université de Göttingue. Bien que l'auteur ne semble pas l'avoir destiné à la publicité, cependant l'impression de ce travail sans aucun changement de forme paraîtra suffisamment justifiée tant par l'intérêt considérable qui s'attache au sujet, que par la manière dont y sont traités les principes les plus importants de l'Analyse infinitésimale.

Brunswick, juillet 1867.

R. DEDEKIND.

# THÉORIE GÉNÉRALE DES FONCTIONS

DE

PAUL DU BOIS-REYMOND

TRADUIT DE L'ALLEMAND

PAR

G. MILHAUD

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES SPÉCIALES AU LYCÉE DU HAVRE

ET

A. GIROT

PROFESSEUR AGRÉGÉ D'ALLEMAND AU LYCÉE DU HAVRE

---

PREMIÈRE PARTIE

Métaphysique et Théorie des Concepts mathématiques fondamentaux :  
Grandeur, Limite, Argument et Fonction

---

NICE

IMPRIMERIE NIÇOISE, DESCENTE CROTTI, 8

1887

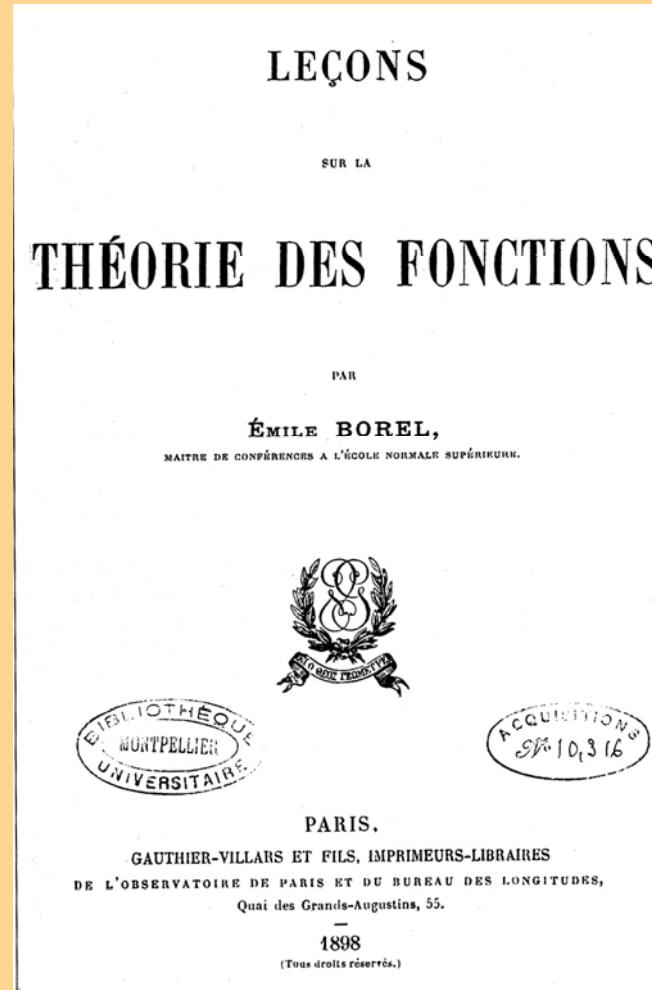
Riemann tradotto da  
Darboux (1873)

Du Bois Reymond tradotto  
da Milhaud (1887)



Emile BOREL  
(1871-1956)

## Borel : Leçons sur la théorie des fonctions (1898)





$$A = 0; B = 5$$

$$A = 0$$

$$A_1 = 1$$

$$A_2 = 2$$

$$A_3 = 3$$

$$A_4 = 4$$

$$B = 5$$



$$K_i = ]X_i - \frac{1}{2}, X_i + \frac{1}{2}[$$

$$I = ] - 1/2, n + 1/2[$$



## Über eine Wahrscheinlichkeitsaufgabe bei Kettenbruchentwicklungen.

Von A. WIMAN.

(Mitgeteilt am 12 September 1900 durch D. G. LINDHAGEN.)

1. Wenn eine reelle Zahl  $\mu$  zwischen 0 und 1 in einen Kettenbruch

$$\mu = \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \dots}}} \quad (1)$$

entwickelt wird, wo die  $a_v$  durchweg ganze positive Zahlen bedeuten, so kann man die Frage nach der Wahrscheinlichkeit aufwerfen, dass irgend eine der Zahlen  $a_v$  einen gewissen Werth  $k$  erhält. Auf diese Fragestellung wurde auch in der That GYLDÉN geführt,<sup>1)</sup> und zwar auf Grund ihres Zusammenhanges mit der Wahrscheinlichkeit für Convergenz gewisser in der Störungstheorie vorkommender Reihen. Eine Revision dieser GYLDÉN'schen Untersuchungen hat dann neuerdings BRODÉN vorgenommen, welcher dabei auch gewisse Anmerkungen an das von GYLDÉN gegebene Hauptresultat der erwähnten reihentheoretischen Frage knüpfte.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Om sannolikheten af inträdande divergens vid användande af de hittills brukliga methoderna att analytiskt framställa planetariska störningar. Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. (1888), p. 77; Om sannolikheten att påträffa stora tal vid utvecklingen af irrationella decimalbråk i kedjebråk, Ib. p. 319; Quelques remarques relativement à la représentation des nombres irrationnels au moyen des fractions continues, C. R. (1888), p. 1584, 1777.

<sup>2)</sup> Wahrscheinlichkeitsbestimmungen bei der gewöhnlichen Kettenbruchentwicklung reeller Zahlen. Öfversigt af K. Sv. Vet.-Akad. Förh. (1900), p. 239.

*La*  
*Revue du Mois*

---

PREMIÈRE ANNÉE

TOME I

---

JANVIER-JUIN 1906

---

PARIS

2, BOULEVARD ARAGO, XIII<sup>e</sup>

---

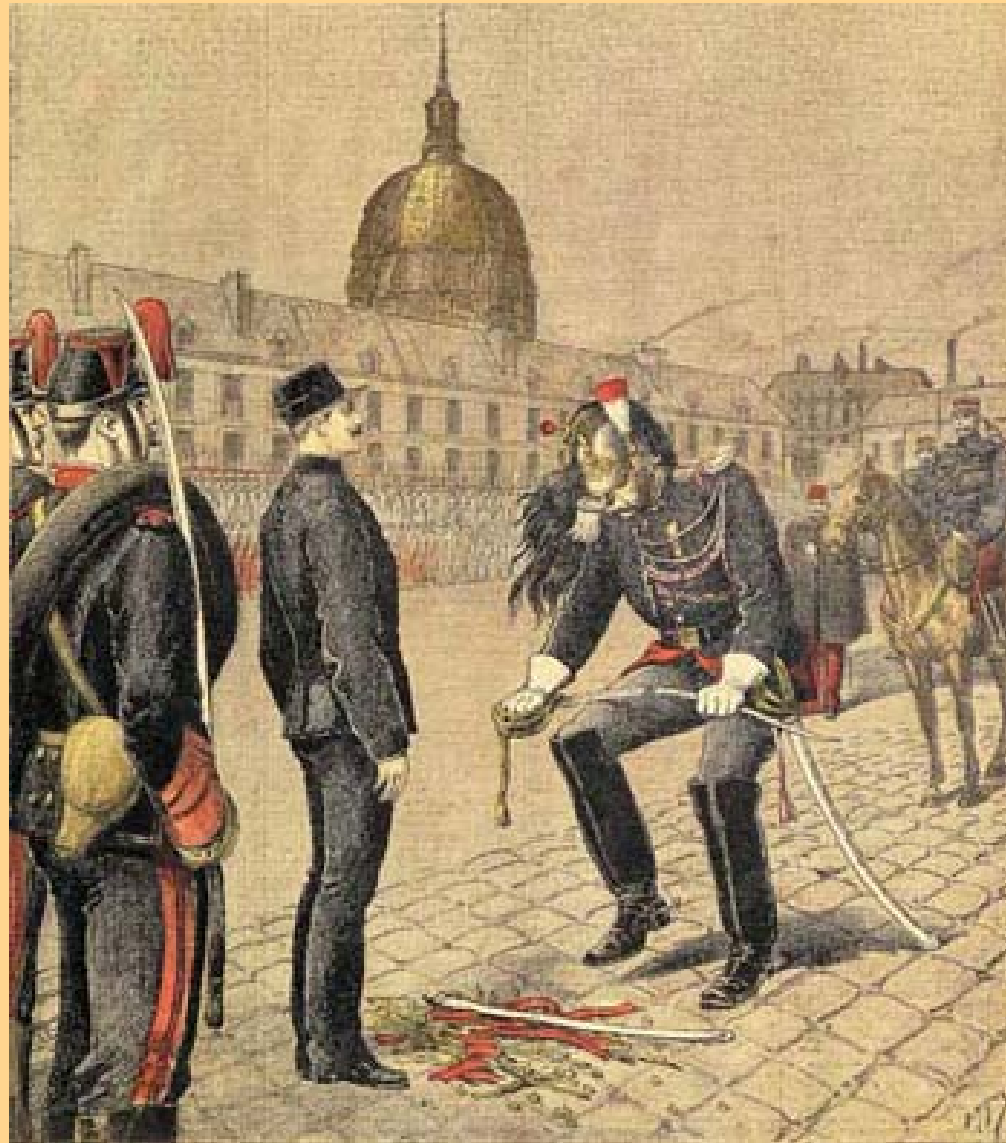
1906

---

Dépôt général de la Revue :

LIBRAIRIE H. LE SOUDIER

174-176, BOULEVARD SAINT-GERMAIN



*Degradazione di Dreyfus (Parigi, 1894)*

Le nombre et l'importance des questions qui peuvent être traitées par la méthode scientifique s'accroissent chaque jour. Il nous a semblé qu'on pouvait concevoir une publication dont cette méthode serait le principe, publication n'ayant rien de spécialement technique et prenant comme but essentiel de contribuer au développement des idées générales par l'exposition et l'étude critique des progrès réalisés dans la connaissance des faits et des mouvements d'idées qui en sont la conséquence.

*Revue du Mois, préambule (1906)*



LES MATHÉMATIQUES  
DANS LES SCIENCES  
BIOLOGIQUES ET SOCIALES

Amaléo Franco raconte l'anecdote suivante :

« Etant, il y a quelques années, dans une grande ville d'Europe que je ne nommerai pas, je visitai les galeries d'histoire naturelle en compagnie d'un des conservateurs qui me décrivait les zoolithes avec une extrême complaisance. Il m'instruisit beaucoup jusqu'aux terrains pliocènes. Mais, lorsque nous nous trouvâmes devant les premiers vestiges de l'homme, il détourna la tête et répondit à mes questions que ce n'était point sa vitrine. Je sentis mon indiscrétion. Il ne faut jamais demander à un savant les secrets de l'univers qui ne sont pas dans sa vitrine. Cela ne l'intéresse point. »

S'il est permis à un esprit fin mais quelquefois paradoxal comme Franco de conclure que les savants sont les gens les moins curieux du monde, et que rien ne les intéresse hors de leur vitrine, nous nous garderons de risquer une telle affirmation; nous considérerons plutôt l'anecdote précédente comme symbolisant la répugnance naturelle et souvent justifiée des savants à exposer des idées et des affirmations hors du champ où se développent habituellement leurs pensées et où leur activité scientifique a coutume d'évoluer.

Les hommes de science sont très curieux de voir au dehors d'eux-mêmes et loin; ils désirent vivement fouiller dans la vitrine d'autrui, ne serait-ce que pour apprécier la valeur de la leur propre. Chez quiconque s'est consacré à l'étude des mathé-

Vito VOLTERRA  
*Revue du Mois,*  
Gennaio 1906

E questo il ramo delle matematiche più singolare e curioso. Se analizziamo un giudizio qualsiasi della nostra mente noi possiamo esser certi di trovarci sempre, più o meno nascosto, un computo di probabilità. Si potrebbe dire in certo modo che l'uomo più semplice, il quale attende al mattino il levar del sole, deve la sua fiducia di veder sorgere il giorno, ad un'applicazione incosciente del teorema dei grandi numeri di Bernoulli.

V. Volterra (*Proloquio accademico*, Roma, 1901)

L'ignorance peut être commode pour ceux qui pratiquent cette politique d'autruche; elle n'est jamais désirable pour ceux qui préfèrent voir clair et ne se laissent pas influencer par la connaissance plus exacte qu'ils acquièrent d'un danger possible, lorsque sa probabilité est notablement inférieure à celle des dangers inconnus auxquels les hommes les plus timorés s'exposent tous les jours. On n'a rien à redouter du calcul lorsqu'on est décidé à ne pas régler sa conduite sur ses indications sans les avoir au préalable pesées à leur juste valeur: c'est une illusion singulière de penser que l'indépendance individuelle est accrue par l'ignorance.

*E. Borel : Le calcul des probabilités et la mentalité individualiste, Revue du Mois, 1907*



Henri Bergson  
(1859-1941)

New Studies in the History of Science and Technology  
ARCHIMEDES 22

Laurent Mazliak  
Rossana Tazzioli

# Mathematicians at war

*Volterra and his french  
colleagues in World War I*

 Springer

Monsieur EMILE BOREL, Sous-Lieutenant d'Artillerie et Madame  
EMILE BOREL ont la douleur de vous faire part de la perte cruelle qu'ils  
viennent d'éprouver en la personne de leur neveu et fils adoptif

## Fernand LEBEAU

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

AGRÉGÉ DES SCIENCES PHYSIQUES

LIEUTENANT COMMANDANT DE COMPAGNIE AU 140<sup>e</sup> D'INFANTERIE

Tué par des balles de mitrailleuses, en Champagne, le 25 Sep-  
tembre 1915, à midi, en avant de l'arbre de la cote 193, dans sa vingt-  
sixième année.

Section C. W. 2  
Secteur 70.

*45, Rue d'Ulm  
Paris.*

# LA DÉFENSE NATIONALE

## et les Inventeurs

*Un savant est chargé d'une  
direction spéciale*

M. Painlevé a été nommé, tout à la fois, ministre de l'instruction publique et ministre des inventions intéressant la défense nationale. Grand maître de l'Université, il



M. EMILE BOREL

a pris la direction des services de l'enseignement au lendemain de la constitution du nouveau ministère. Il a, hier, organisé le nouveau service qui lui a été confié, et il a placé à sa tête M. Emile Borel, sous-directeur de l'École normale supérieure, professeur à la Faculté des sciences.

M. Borel a fait campagne comme sous-lieutenant d'artillerie territoriale. Sa brillante conduite lui a valu une citation à l'ordre du jour de l'armée.

C'est un savant de premier ordre, dont la nomination à la tête du service des inventions sera accueillie avec une satisfaction unanime. Il est connu dans le monde scientifique pour ses travaux de mathématique pure et de mécanique. Enfin, il a collaboré déjà, avec le ministre actuel de l'instruction publique, dans les études que celui-ci a faites sur l'aviation.

D'autre part, le ministre de l'instruction publique a désigné comme chef de la section administrative de la nouvelle direction M. Bigeard, contrôleur général de la marine, ancien élève de l'École polytechnique.

*Le Journal de Paris,  
15 novembre 1915*

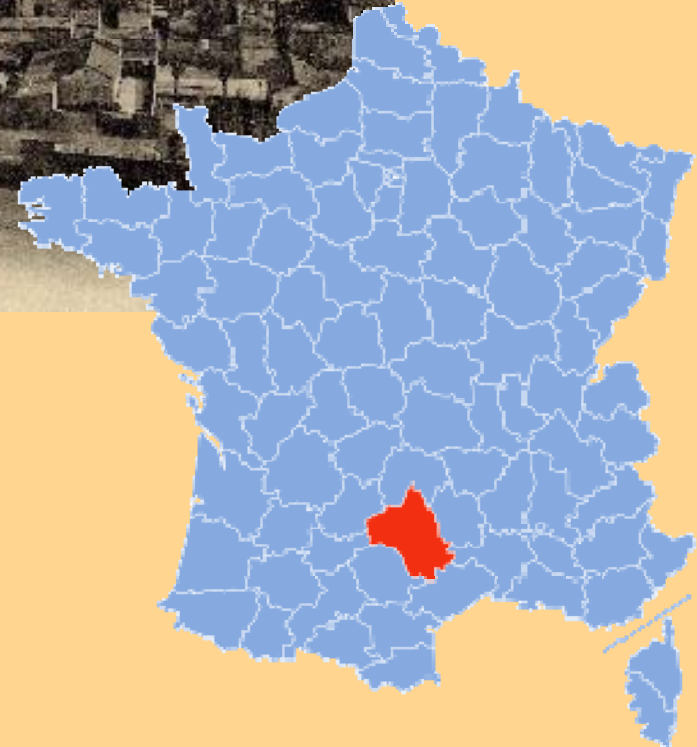
Le nombre et l'importance matérielle des documents statistiques augmente chaque jour dans tous les pays; on se rend mieux compte, en effet, de l'importance qu'il y a à posséder des statistiques suffisamment détaillées pour qu'elles soient utilisables à des fins diverses. Les phénomènes sociaux sont trop complexes pour qu'il soit possible de les enfermer dans des formules trop simplifiées. [...] La statistique est un auxiliaire indispensable pour ceux qui assument la lourde tâche de gouverner un pays. [...] Dans quelques semaines la France va, après les Gouvernements qui ont gagné la guerre, connaître les Gouvernements qui organiseront la paix. nous pouvons affirmer que, quels que soient ces Gouvernements, l'emploi judicieux des statistiques leur sera nécessaire.

*Borel: La statistique et l'organisation de la présidence du conseil,  
JSSP, 1920*





SAINT-AFFRIQUE (Aveyron). - Vue générale.





*Institut Henri Poincaré,  
Parigi, 1930*

**Grazie per la vostra attenzione!**