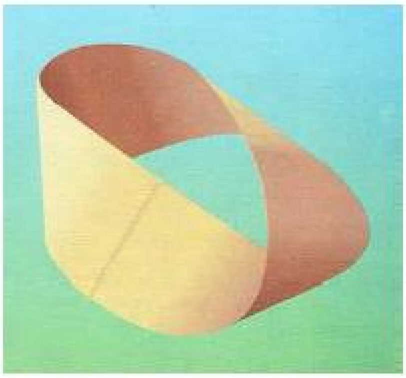
Nastri infiniti

Con i nastri si ornano i doni, si esibiscono le danzatrici, le donne ci legano i capelli. Ci sono quelli cardati, quelli adesivi, quelli trasportatori e quelli celebrativi. Il nastro ci suggerisce comunque un'idea di legame. E' possibile pensare ad un nastro infinito?

Immaginiamo subito un qualcosa che si srotola e continua a farlo indefinitamente. Ma esiste qualche oggetto reale che possa appagare la nostra immaginazione in tal senso?

In realtà tale oggetto esiste. Sembra che sia stato il grande matematico Carl Friedrich Gauss a imbattersi in una curiosa figura geometrica avente a che fare con una striscia e ne avrebbe suggerito lo studio ai suoi allievi, August Ferdinand Moebius e Johann Benedict Listing. In realtà presa una striscia di carta, sufficientemente lunga, se ne afferrano le estremità e tenendone ferma una si effettua una torsione dell'altra di un mezzo giro (180°), portandola ad unirsi con quella fissa, si ottiene un particolare “nastro”.

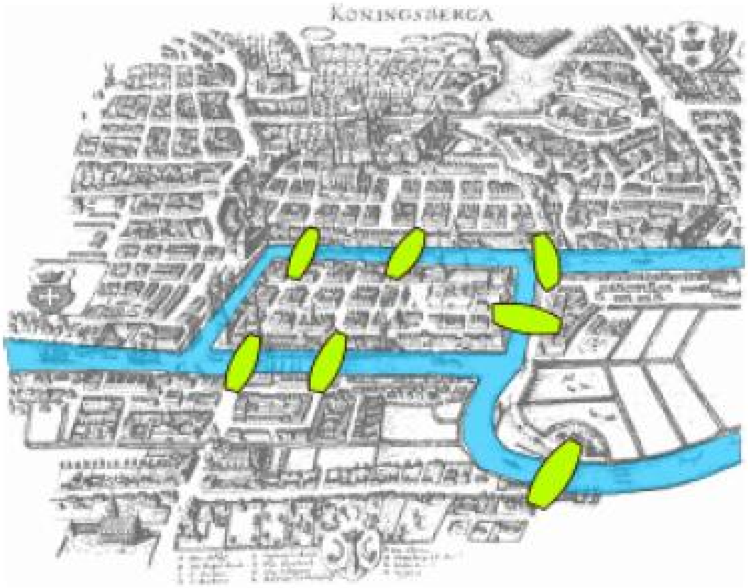


Questa figura, che si caratterizza per le proprietà di avere una sola faccia e un solo bordo – al contrario, ad esempio, del cilindro che ha due facce e due bordi – fu studiato in particolare da Moebius nel 1858, per cui le fu assegnato il nome di *“nastro di Moebius”*.

Per capire bene le sue proprietà si osservi che si può colorare tutta la sua superficie partendo da un qualsiasi punto senza mai attraversare il bordo, al contrario di come dovremmo fare, ad esempio, per un cilindro.

Su altre proprietà non mi soffermo, ma lo studio di questo stupefacente oggetto matematico riguarda una brabca della matematica, detta **topologia** (questo nome fu introdotto proprio da Listing).

Il fondatore di questo settore fu il grande matematico Henri Poincaré, che nel suo volume *“Analysis Situs”* del 1985: *“Per quanto mi riguarda, tutte le diverse ricerche delle quali mi sono occupato mi hanno condotto all'Analysis Situs”*. Il vocabolo topologia, formilato da Listing, non è altro che la traduzione greca di quello latino usato da Poincaré. Problemi di topologia furono affrontati da eccellenti matematici, uno dei primi a occuparsene fu Elulero. Egli nel 1736 affrontò e risolse il famoso problema dei “sette ponti di Königsberg”. La città di Königsberg percorsa dal fiume Pregel e dai suoi affluenti, presenta due estese isole che sono connesse tra di loro e con le due aree principali della città da sette ponti. La questione è se sia possibile con una passeggiata seguire un percorso che attraversa ogni ponte una e una volta sola e tornare al punto di partenza. Eulero dimostrò che la passeggiata ipotizzata non era possibile a causa del numero dispari di nodi che congiungevano gli archi (ossia delle strade che congiungevano i ponti). La soluzione di Eulero diede origine alla teoria dei grafi, che si sarebbe poi evoluta dando origine appunto alla topologia.



Ponti di Koenisberg

Eulero introdusse per i poliedri convessi anche la formula che unisce il numero dei vertici V, degli spigoli S e delle facce F:

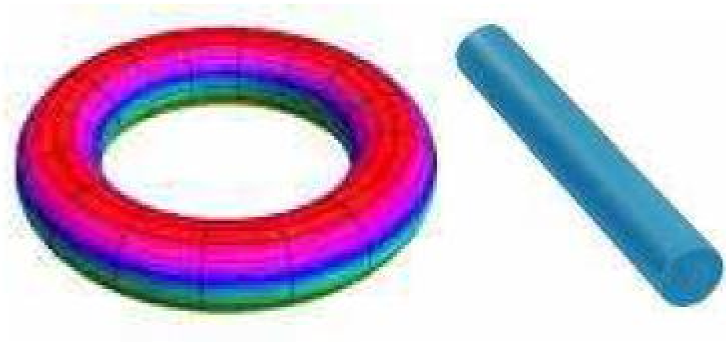
$$V - S + F = 2$$

Tale formula rappresenta un invariante topologico.

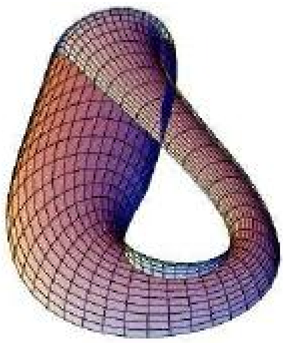
Ma cos'è in realtà la topologia? Viene chiamata la geometria di un *foglio di gomma*, cioè la geometria che si occupa delle trasformazioni geometriche che considerano equivalenti tra loro tutte le figure che si ottengono l'una dall'altra attraverso deformazioni continue del piano o dello spazio, ovvero senza strappi e senza tagli.

In sostanza come facciamo da bambini usando la plastilina possiamo prima realizzare un cubo e poi senza strappi una sfera e poi ancora un cilindro, tutte figure topologicamente equivalenti. Se poi volessi unire le basi del cilindro otterremmo un toro, ovvero una ciambella, che non è topologicamente equivalente alle altre. In pratica le trasformazioni topologiche sono quelle che conservano la "vicinanza" dei punti: cosa che avviene per le tre figure:

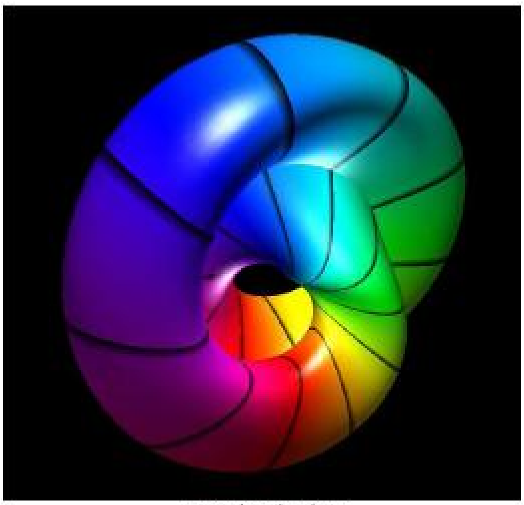
La stessa cosa non accade per il toro in cui i punti tra loro "lontani" - quelli appartenenti alle basi del cilindro – diventano "vicini". D'altra parte si osservi che per passare da un toro ad un cilindro bisogna tagliare quest'ultima figura!



Ritornando al nastro di Moebius, ne esiste anche una, diciamo così, versione tridimensionale: la “*bottiglia di Klein”*. Una bottiglia che non ha un “dentro” e un “fuori”, ma come il nastro di Moebius ha un'unica superficie. Un altro sorprendente oggetto topologico. Si costruisce, matematicamente, unendo i due estremi di un cilindro con una torsione, oppure unendo i margini di due nastri di Moebius fra loro.



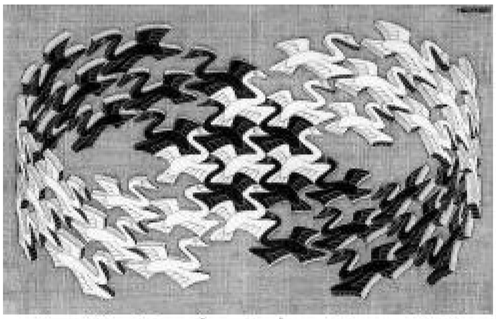
Bottiglia di Klein



Bottiglia di Klein

Vediamo Ora come alcuni artisti si sono misurati con il nastro di Moebius.

Questo non poteva colpire la fervida fantasia di Maurits Cornelis Escher, che in particolare lo associa all'incessante movimento delle formiche che si muovono indefinitamente su di esso.



Mauritius Cornelius Escher, *Swans*, 1956

Mauritius Cornelius Escher, *Bond of union*, 1956

Mauritius Cornelius Escher, Moebius Strip II, 1963

Un altro grande artista contemporaneo Max Bill scopre il nastro di Moebius. Giocando con delle scriscie di carta, esattamente nello stesso modo in cui fu scoperto matematicamente, trova delle figure che chiama “nastri senza fine”.

Nel suo articolo *“Come cominciai a fare le superfici a faccia unica”*, racconta così l'accaduto:

“Marcel Breuer, il mio vecchio amico della Bauhaus, è il vero responsabile delle mie sculture a faccia unica. Ecco come accadde: fu nel 1935 a Zurigo dove, insieme a Emil e Alfred Roth stava costruendo le case di Doldertal che ai loro tempi ebbero grande seguito. Un giorno Marcel mi disse di aver ricevuto l'incarico di

costruire, per una mostra a Londra, un modello di casa dove tutto, persino il caminetto, doveva essere elettrico. Ci era ben chiaro che un caminetto elettrico che splende ma non ha fuoco non è un oggetto dei più attraenti. Marcel mi chiese se mi sarebbe piaciuto fare una scultura da metterci sopra. Cominciai a cercare una soluzione, una struttura che si potesse appendere sopra ad un caminetto e che magari girasse nella corrente d'aria ascendente e, grazie alla sua forma e al movimento, agisse come sostituto delle fiamme. L'arte invece del fuoco! Dopo lunghi esperimenti, trovai una soluzione che mi sembrava ragionevole."

Il Nastro senza fine venne presentato per la prima volta alla Triennale di Milano nel 1936.

Successivamente Bill illustra i suoi rapporti con la topologia:

"Già fin dagli anni quaranta pensavo ai problemi di topologia. Da essi sviluppai una specie di logica della forma. Le ragioni per cui venivo continuamente attratto da questo tema particolare sono due : 1) l'idea di una superficie infinita – che è tuttavia finita – l'idea di un infinito finito; 2) la possibilità di sviluppare superfici che – come conseguenza delle leggi intrinseche sottese – portino quasi inevitabilmente a formazioni che provano l'esistenza della realtà estetica. Ma sia 1) che 2) indicavano anche un'altra direzione. Se le strutture topologiche non orientate esistessero solo in virtù della loro realtà estetica, allora, nonostante la loro esattezza, non avrei potuto esserne soddisfatto. Sono convinto che il fondamento della loro efficacia stia in parte nel loro valore simbolico. Esse sono modelli per la riflessione e la contemplazione."






sculture di Max Bill

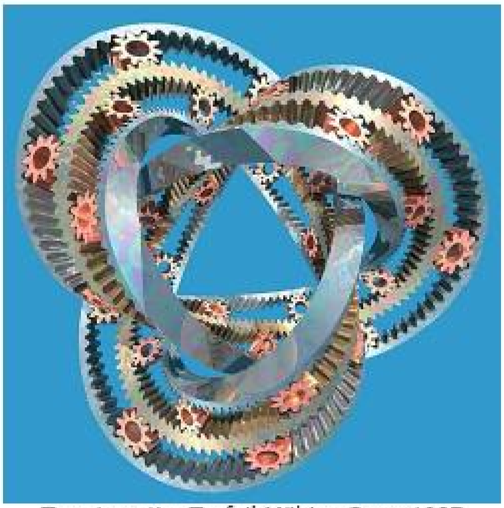
Ed ecco ora altre immagini che illustrano la valenza artistica del nastro di Moebius.

Moebius Ring


Anello di Möbius con diamanti incastonati

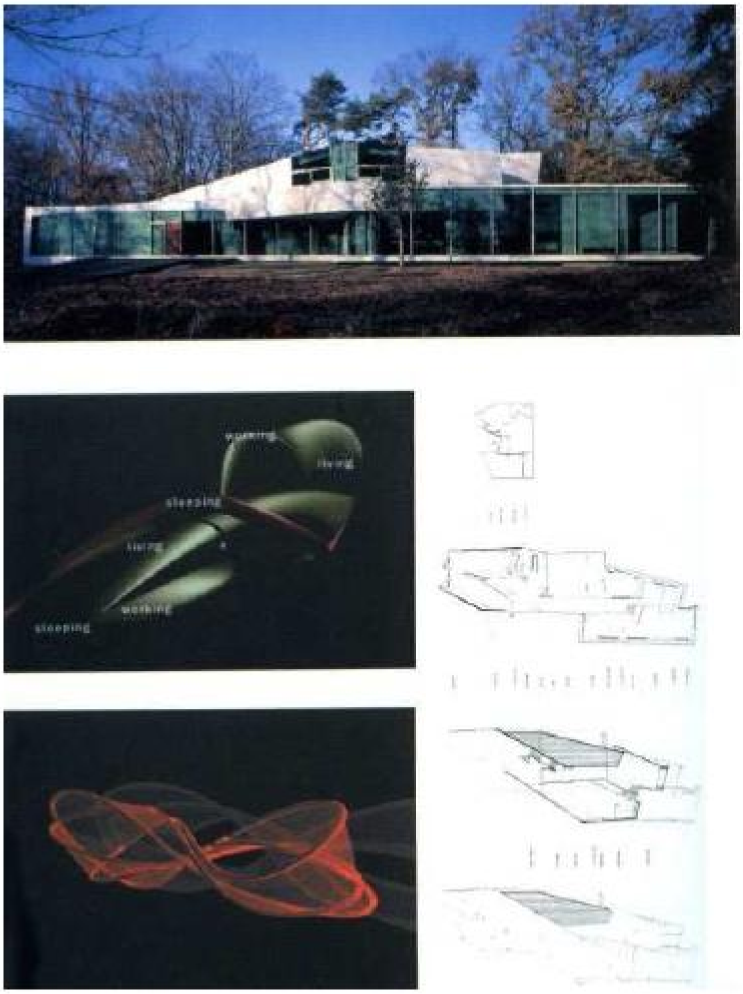

Orecchini di Möbius, S. Rankov


John Robinson, Mobius Trefoil Knot, 2006



Tom Longtin, Trefoil Möbius Gear, 1997

E le applicazioni:



Moebius House, Ben van Berkel (UN Studio / van Berkel & Bos), 1993-1997

E concludiamo con questa immagine suggestiva di nastri e sfere che neanche a farlo apposta, rende la nostra passeggiata: una *passeggiata di Moebius*; spingendoci ancora una volta a riflettere sul misterioso e seducente legame che unisce matematica e arte!

Teja Krasek e Cliff Pickover, We Have Died and Gone to Moebius Heaven