

MATEMATICA E ARCHITETTURA

(parte prima)



Liliana Curcio

Corso di Orientamatica

Università Bocconi

07-02-2020

liliana.curcio@unibocconi.it



LA FORMA

**CHIAVE DI LETTURA PER IL LEGAME
TRA
MATEMATICA E ARCHITETTURA**

FORMA PERFETTA

FORMA OTTIMALE

FORMA COMPLESSA

IL NOVECENTO

PERCHÈ IL NOVECENTO?

CHE COSA ACCADE NEL NOVECENTO?

PRIMA DEL NOVECENTO?

DOPO IL NOVECENTO?

NEL NOVECENTO... METAMORFOSI

All'inizio del secolo scorso avvengono i più grandi **mutamenti**, in quasi tutti gli ambiti disciplinari, rispetto alla conoscenza codificata precedentemente: Arte, Architettura, Musica, Letteratura, Fisica, Matematica, ecc..

Nascono, e si affermano, la Psicologia e poi la Cibernetica.

È un processo di innovazione sconvolgente.

METAMORFOSI

CRISI DEI FONDAMENTI

GEOMETRIE NON EUCLIDEE (scoperte molto prima ma finalmente note)

RELATIVITÀ

KANDISKIJ

SCHÖNBERG (musica dodecafonica)

FREUD (psicanalisi)

...

CIBERNETICA



**Vasilij Kandinskij (1866 - 1944) e
Arnold Schönberg (1874 - 1951)**



Vasilij Kandinskij



Arnold Schönberg

Lettera che il pittore scrive al musicista, il padre della musica dodecafonica, il 18 gennaio del 1911

“... in questo momento vi è nella pittura una forte tendenza a cercare la “nuova” armonia, per cui l’elemento ritmico viene montato in forma pressoché geometrica. Sia per la mia sensibilità che per il mio impegno concordo solo in parte con questa via. La costruzione è ciò che manca, quasi senza speranza, alla pittura degli ultimi anni (...). Penso infatti che l’armonia del nostro tempo non debba essere ricercata attraverso una via “geometrica”, ma al contrario attraverso una via rigorosamente antigeometrica, antilogica. Questa via è quella delle “dissonanze nell’arte”, quindi tanto nella pittura quanto nella musica. E la dissonanza pittorica e musicale di “oggi” non è altro che la consonanza di domani”.

È il momento del NON!

NON EUCLIDEO

NON CONTINUO

NON DERIVABILE

NON ESATTO

NON STATICO (DINAMICO)

NON EUCLIDEO



Lobačevskij (1792-1856)



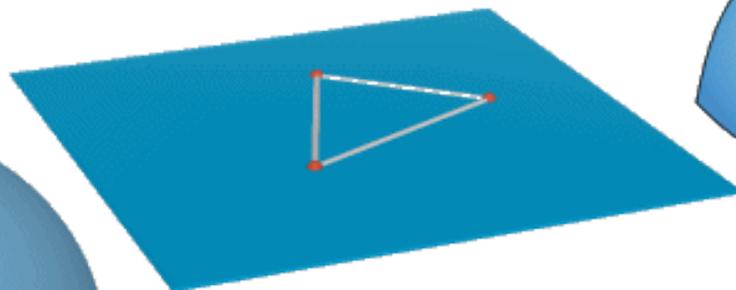
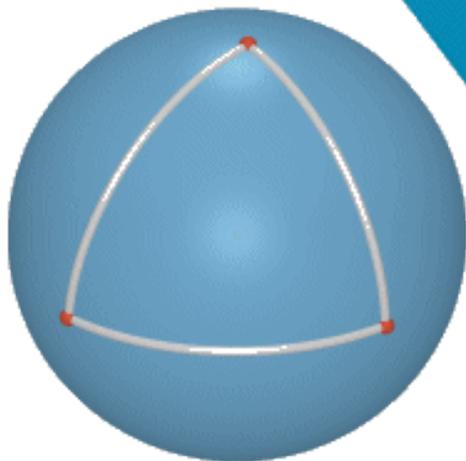
Bolyai (1802-1860)

Bolyai e Lobačevskij provarono che possono esistere geometrie in cui **la parallela non esiste (geometria ellittica)** o in cui **ne esistono infinite (geometria iperbolica)**.

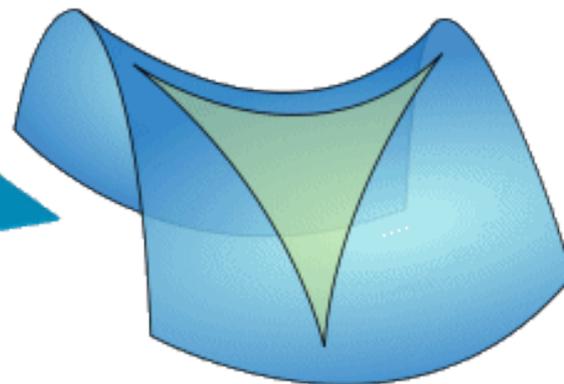
NON EUCLIDEO (triangoli)

SOMMA DEGLI ANGOLI INTERNI...

geometria
ellittica



geometria
euclidea



geometria
iperbolica

NON EUCLIDEO (triangoli)

$$\alpha + \beta + \gamma > 180$$



$$\alpha + \beta + \gamma < 180$$



$$\alpha + \beta + \gamma = 180$$

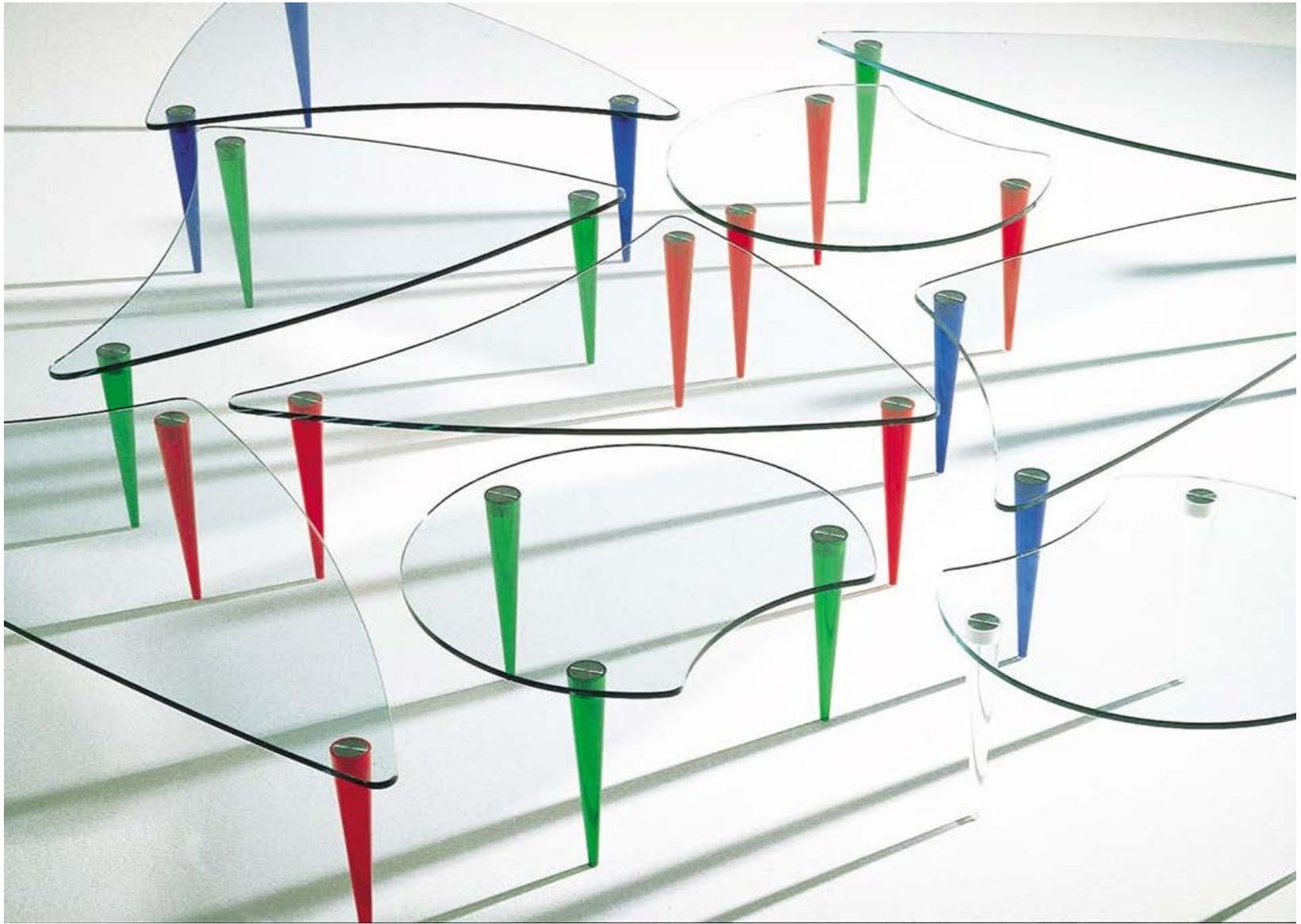


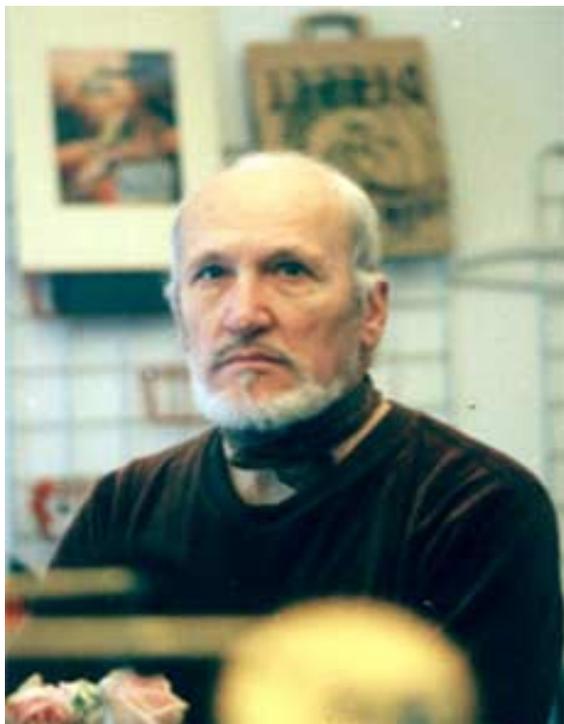
ISAO HOSOE (Tokyo 1942 – Milano 2015)
ingegnere e designer



Tavolini Lobačevskij







«**La vera rivoluzione in Matematica è stata la scoperta delle geometrie non euclidee**»

Imre Toth

(Szatmár-Németi 1921- Parigi 2010)

NON UN SOLO PUNTO DI VISTA (il problema della scelta)

“NON”

NON UN SOLO PUNTO DI VISTA (il problema della scelta)

NON UNA SOLA VERITA' MA DIVERSE (Pirandello)

NON RIGORE MA COERENZA (l'errore)

a notte dei numeri

NON QUALITATIVO MA QUANTITATIVO (l'approssimazione)

il modello dei modelli

[persino il tempo – in alcuni modelli matematici - viene considerato discreto e non più continuo!]

APPROSSIMAZIONE

La notte dei numeri (Calvino)

MODELLIZZAZIONE

Il modello dei modelli (Calvino da Palomar)

... Questi sono tutti i vecchi libri maestri della ditta... nei cent'anni di
esistenza. Non c'è mai stato un ragioniere come Annibale De Canis...
Eppure quest'uomo infallibile, questo genio, vedi, il 16 novembre
1884,... ecco: qui, **un errore, un grossolano errore di quattrocentodieci
lire in una somma...** Nessuno se n'è mai accorto, io solo lo so, e sei la
prima persona cui lo dico: tienilo per te e non lo dimenticare!
**In tanti anni quell'errore di quattrocento dieci lire sai quant'è
diventato? Miliardi! Miliardi! Hanno un bel girare le macchine
calcolatrici, cervelli elettronici e tutto il resto! L'errore è al fondo, a
fondo di tutti i loro numeri, e cresce, cresce, cresce!**
**La ditta è diventata grande, grandissima, con migliaia d'azionisti,
centinaia di ditte consociate, rappresentanze estere a non finire, e tutti
macinano soltanto cifre sbagliate, non c'è nulla di vero in tutti i loro
conti. Mezza città è costruita su questi sbagli, che dico mezza città:
mezza nazione!** E le esportazioni e le importazioni? Tutte sbagliate,
tutto il mondo si porta dietro quest'errore, l'unico errore compiuto in
vita sua dal ragioniere De Canis, quel maestro, quel gigante della
contabilità, quel genio!

Tratto da «La notte dei numeri»
di Italo Calvino 1958

«La costruzione di un modello era dunque per lui un miracolo di equilibrio tra i principii (lasciati nell'ombra) e l'esperienza (inafferrabile) ma il risultato doveva avere una consistenza molto più solida degli uni e dell'altra. In un modello ben costruito, infatti, ogni dettaglio deve essere condizionato dagli altri, per cui tutto si tiene con assoluta coerenza, come in un meccanismo dove se si blocca un ingranaggio tutto si blocca. **Il modello è per definizione quello in cui non c'è niente da cambiare, quello che funziona alla perfezione**; mentre la realtà vediamo bene che non funziona e che si spappola da tutte le parti; dunque non resta che costringerla a prendere la forma del modello con le buone o con le cattive. [...] Quel che ci voleva allora era un **sottile lavoro di aggiustamento**, che apportasse graduali correzioni **al modello** per avvicinarlo ad una possibile realtà, **e alla realtà** per avvicinarla al mondo».

Tratto da «Palomar»
di Italo Calvino (1983)

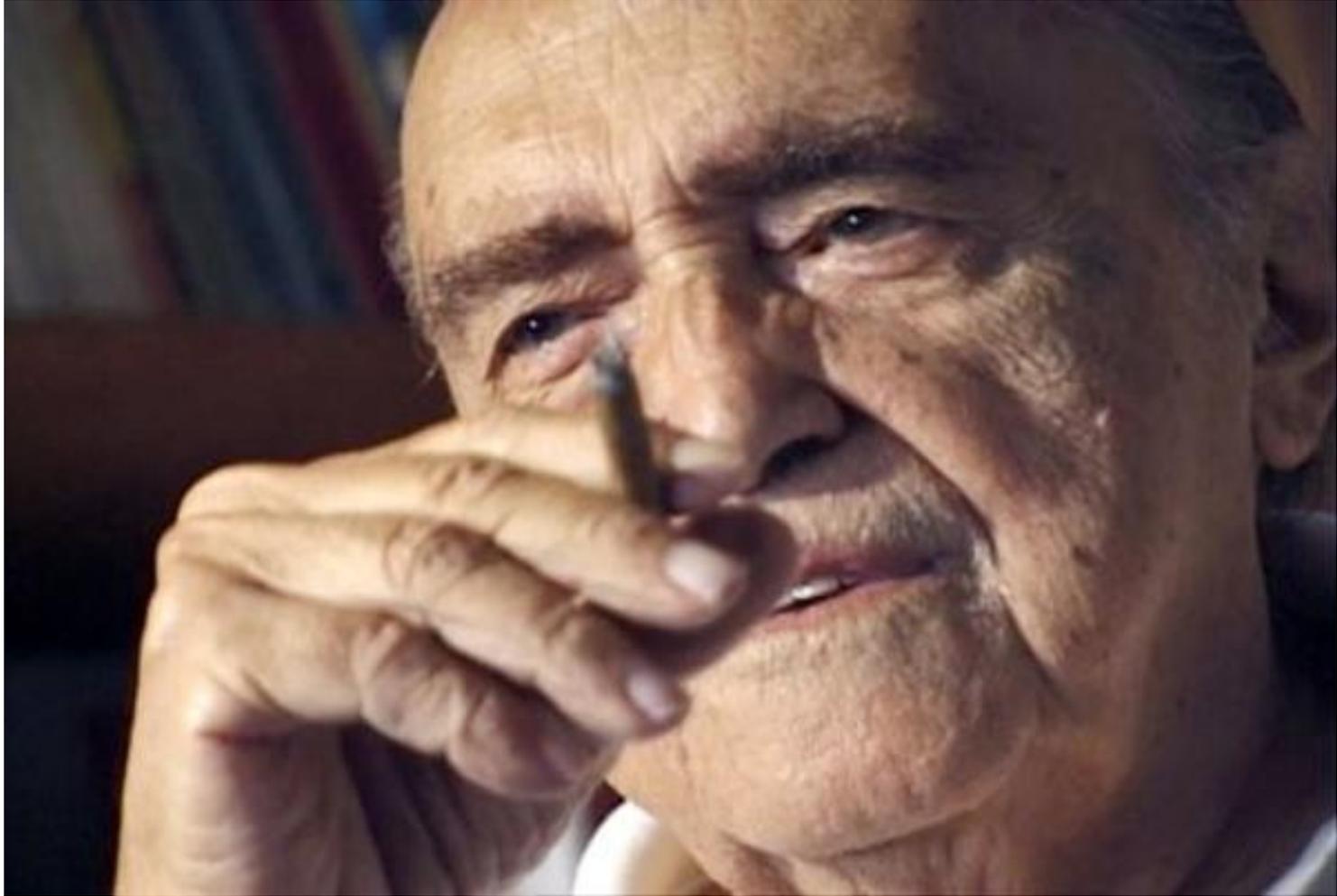
“IL NON “

È il momento del NON!

Un pensiero che simboleggia in modo completo il passaggio del quale abbiamo parlato è di **Oscar Niemeyer (mancato il 5 dicembre 2012 all'età di 105 anni) che ultra centenario ha continuato a creare progetti per la sua adorata Brasilia:**

"Non è l'angolo retto che mi attira. Neppure la linea retta, dura, inflessibile, creata dall'uomo. Quello che mi attira è la linea curva, libera e sensuale. La linea curva che ritrovo nelle montagne del mio paese, nel corso sinuoso dei suoi fiumi, nelle nuvole del cielo, nel corpo della donna amata. L'universo intero è fatto di curve. L'universo curvo di Einstein".

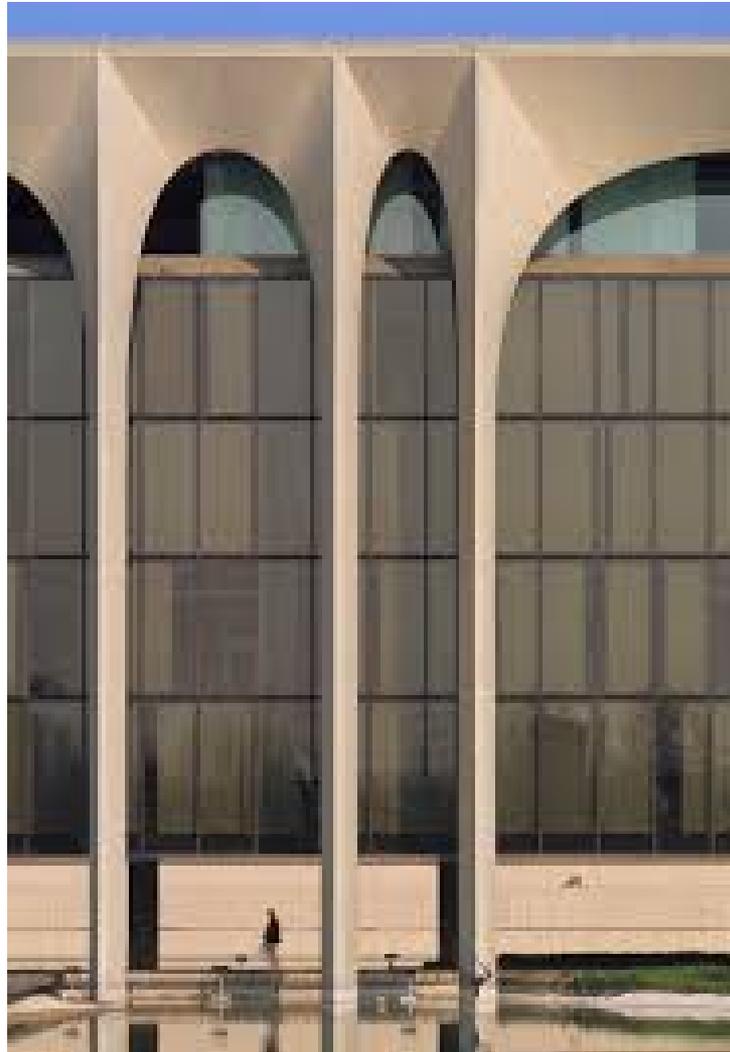
Oscar Neimeyer a 100 anni (2007) il realizzatore di Brasilia



Palazzo Mondadori - Oscar Niemeyer - Segrate 1968



Palazzo Mondadori - Oscar Niemeyer - Segrate 1968



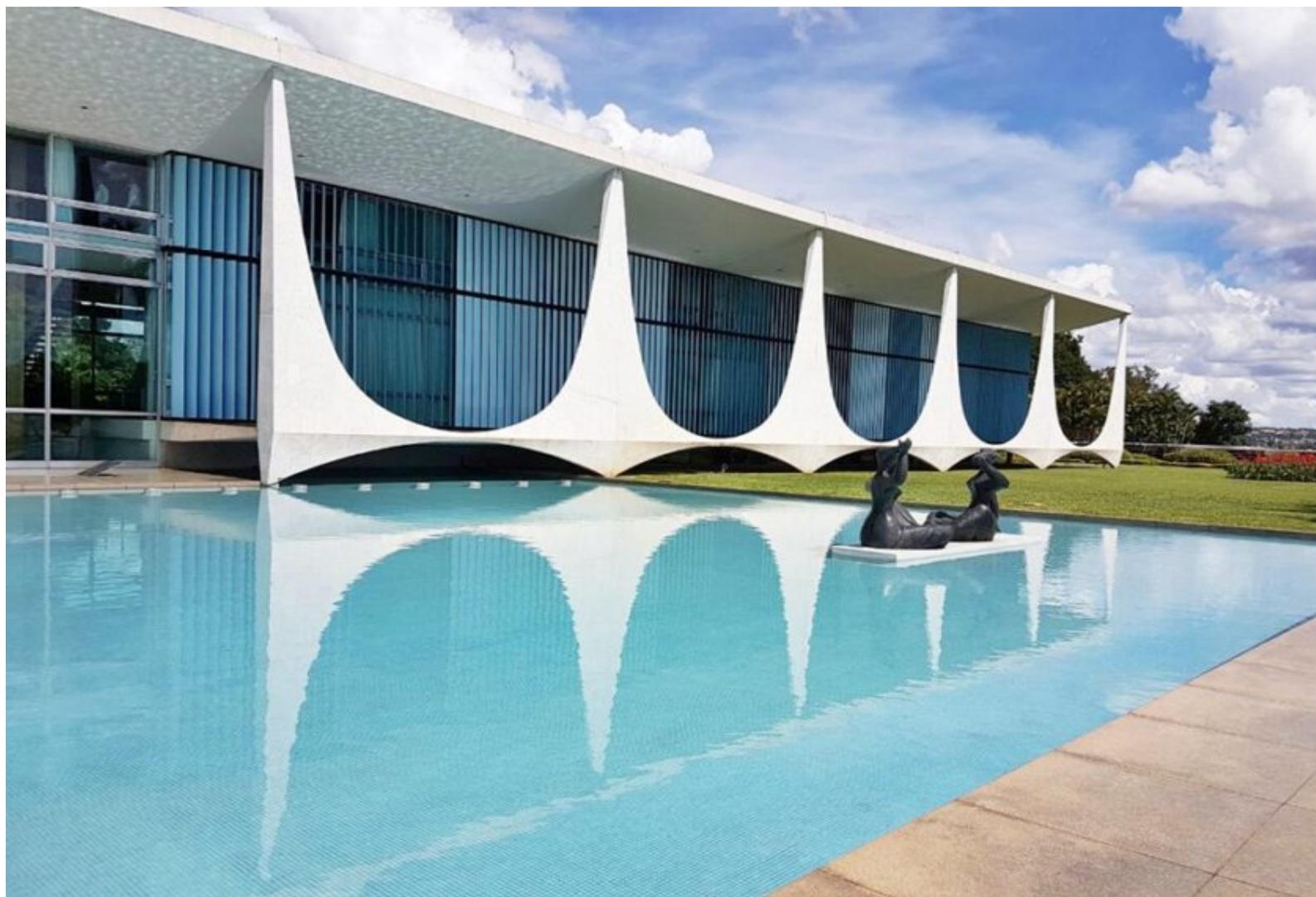
Oscar Neimeyer
Chiesa di Nostra Signora di Fatima, 1959-70



BRASILIA



Palácio da Alvorada - Brasília



Oscar Niemeyer Museum



OTTIMIZZAZIONE

L'esigenza diventa l'ottimizzazione. La ricerca di una forma ottimale che risponda a richieste iniziali.

La migliore linea che ottimizzi l'area racchiusa.

La migliore superficie che ottimizzi il volume racchiuso.

OTTIMIZZAZIONE (alcuni esempi...)

Sempre alla ricerca di una forma ottimale e con l'aiuto di modelli di lamine saponate si muove l'italiano **Sergio Musmeci nella progettazione del ponte sul Basento, a Potenza.**

Sergio Musmeci (1926 – 1981)



Il Ponte sul Basento di Musmeci è stata nel 2003 la prima opera infrastrutturale ad essere vincolata come opera d'arte:

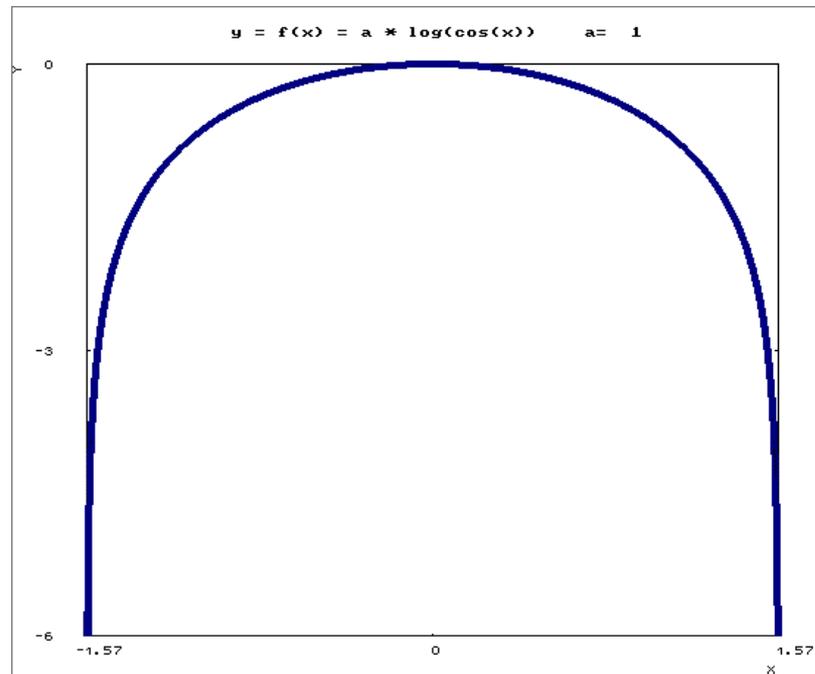
lungo 300 metri e largo 16, con le sue quattro campate in cemento armato che scavalcano un fiume, una ferrovia e strade, più un camminamento interno, fu una sfida importante.

Sergio Musmeci

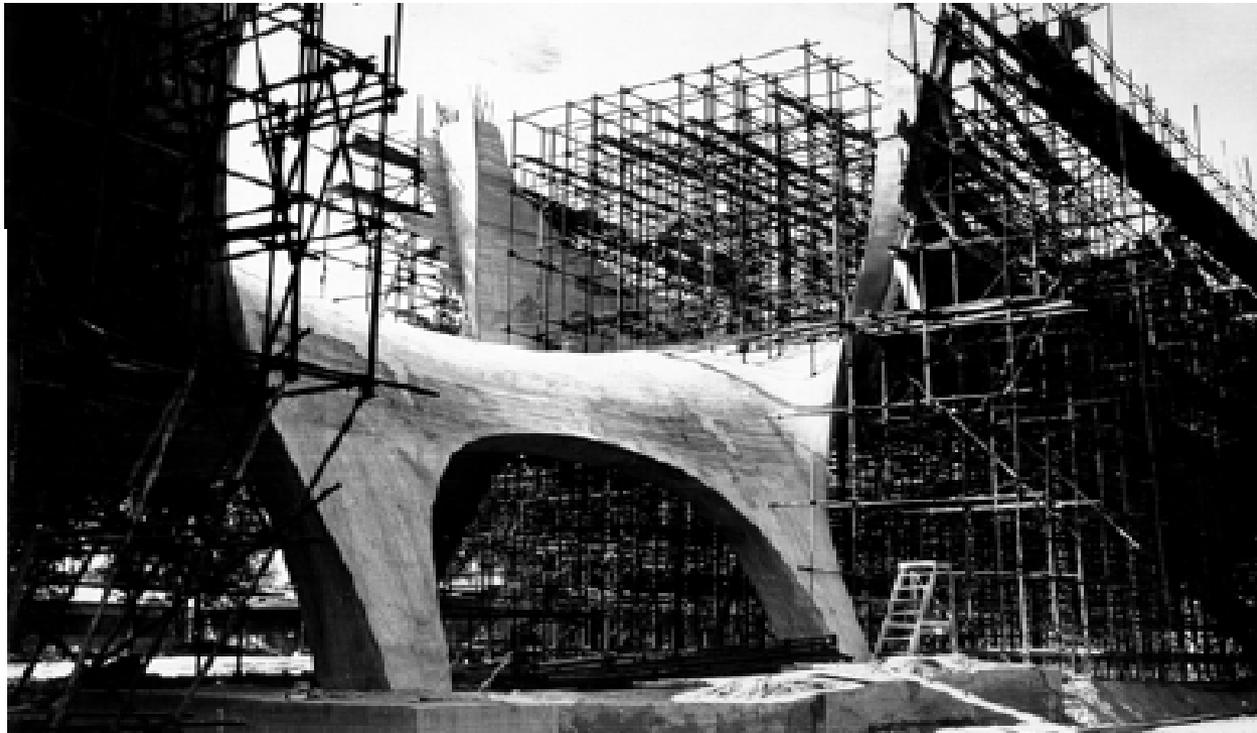
"mi sono divertito a determinare la forma dell'arco limite cioè di un arco che porta solo se stesso.

Esso ha la sagoma la cui equazione è $y = \log(\cos x)$, a parte le costanti moltiplicative che tengono conto della resistenza del materiale. Questa curva è caratterizzata da alcune proprietà geometriche molto interessanti "

Il grafico della funzione $y = \ln(\cos x)$



Il ponte sul Basento (1967 – 1969)



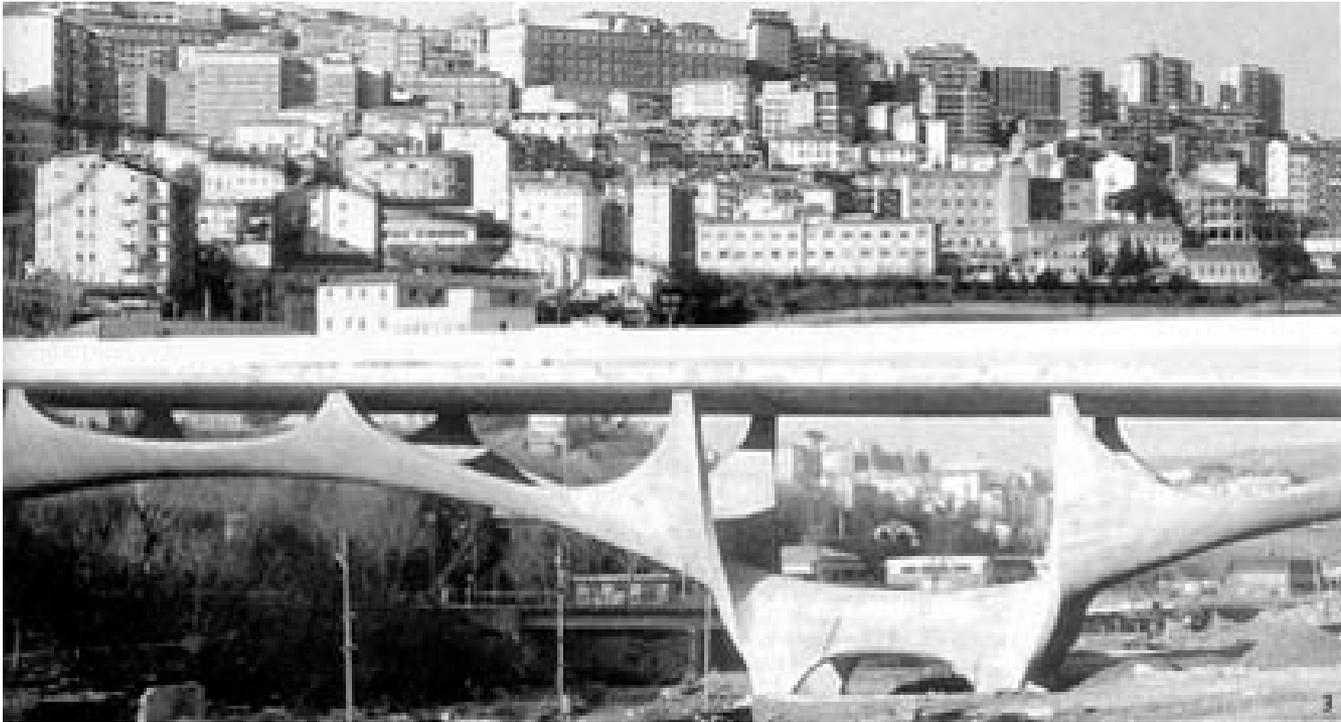
(Foto: archivio Musmeci)

Il ponte sul Basento (1967 – 1969)



Il ponte sul Basento (1967 – 1969)





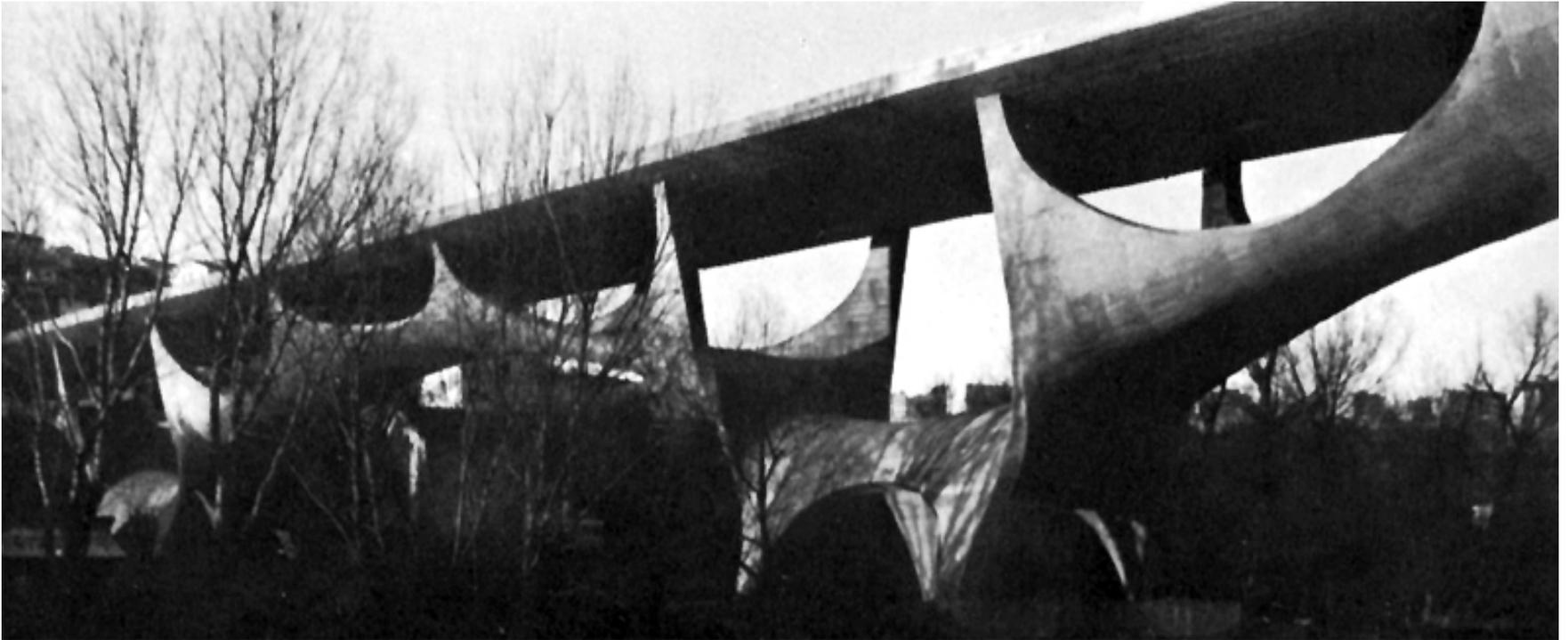
Il ponte sul Basento (1967 – 1969)







Il ponte sul Basento (1967 – 1969)



Il ponte sul Basento





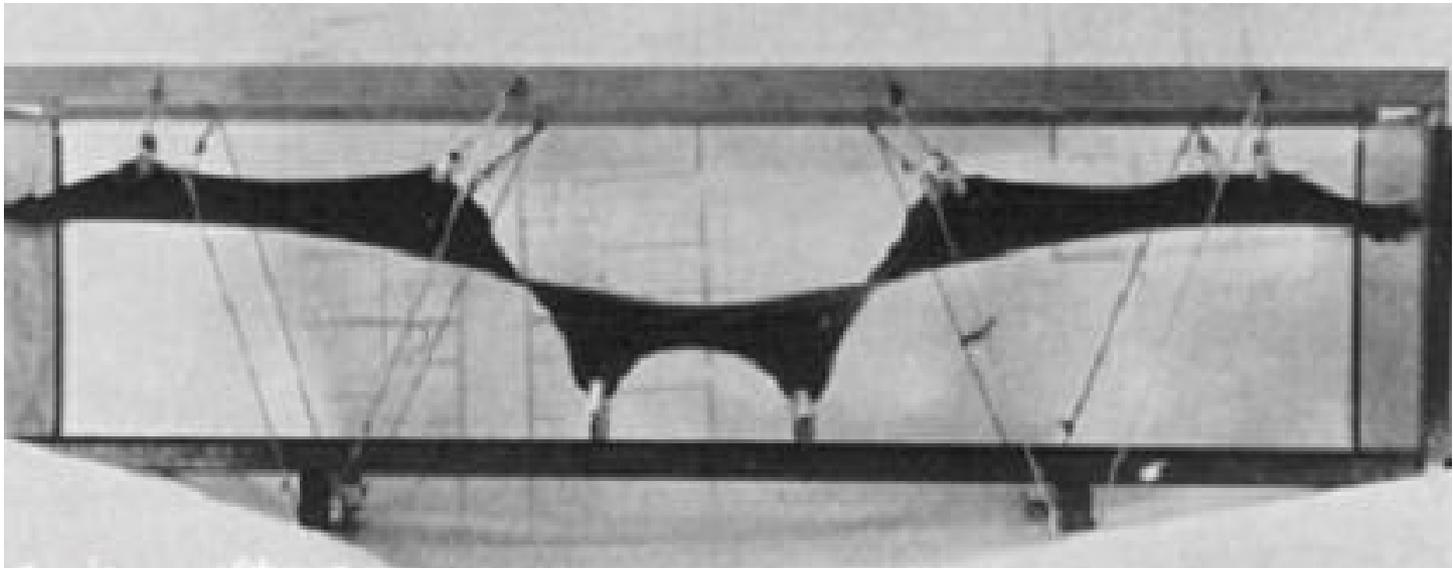
Il ponte sul Basento





Musmeci utilizza modelli in:

- gomma para
- lamine saponate
- microcemento
- neoprene

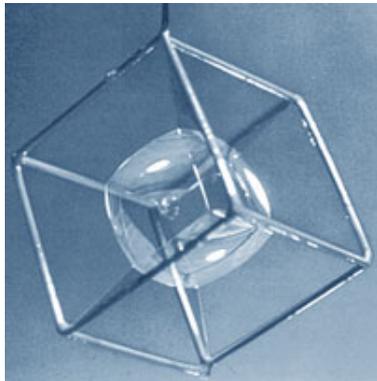


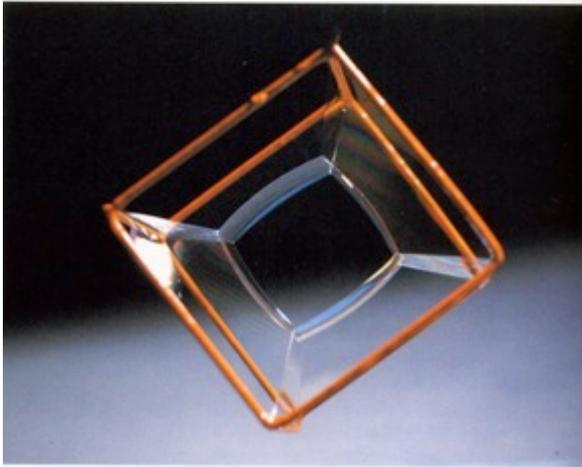
Modello in neoprene per il ponte sul Basento.

OTTIMIZZAZIONE

Musmeci non è il primo a utilizzare lamine saponate, infatti...

Plateau (1801-1883)





e poi Frei Otto (1925)... le superfici minime

**A partire dalla metà degli anni Sessanta,
Frei Otto riunisce una squadra di architetti,
ingegneri, matematici e biologi che
analizzano le strategie costruttive e le
soluzioni formali in riferimento alle
"coperture leggere di grandi spazi".**

OTTIMIZZAZIONE



**F. Otto, Tenda sospesa stadio olimpico di Monaco,
1969-1971**

OTTIMIZZAZIONE



OTTIMIZZAZIONE





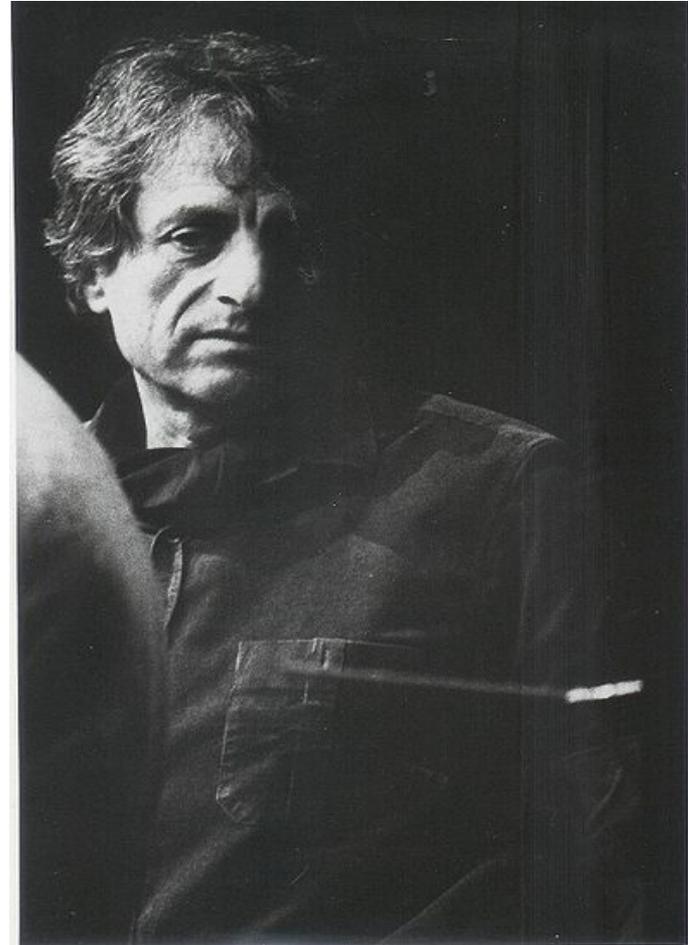
IL 10 MARZO 2015 LA GIURIA DEL PRITZKER PRIZE, EQUIVALENTE DEL NOBEL NELL'ARCHITETTURA, HA NOMINATO L'ARCHITETTO TEDESCO OTTO FREI COME *LAUREATE* DEL 2015.

L'ANNUNCIO GIUNGE POSTUMO, IL GIORNO DOPO LA SCOMPARSА DEL PROGETTISTA, FAMOSO PER LE SUE TENSOSTRUTTURE E LA RICERCA SULLE SUPERFICI MINIME.

**Le forme escono dai canoni
classici e offrono immagini
spettacolari.**

Ancora sull'ottimizzazione

OTTIMIZZAZIONE – Le Corbusier e Xenakis



OTTIMIZZAZIONE

Nel 1956 a Le Corbusier viene richiesta la realizzazione del *Padiglione Philips* a Bruxelles: “*vorrei che facesse il Padiglione Philips senza che sia necessario esporre nessuno dei nostri prodotti. Una dimostrazione tra le più ardite degli effetti del suono e della luce, dove il progresso tecnico potrebbe condurci in avvenire*”.

Era insomma, nelle parole della dirigenza della *Philips*, la richiesta di un simbolo e di un'immagine perenne.

OTTIMIZZAZIONE

Le Corbusier si rivolge a Xenakis (un musicista) e gli chiede di individuare la forma del Padiglione Philips.

IL PADIGLIONE PHILIPS

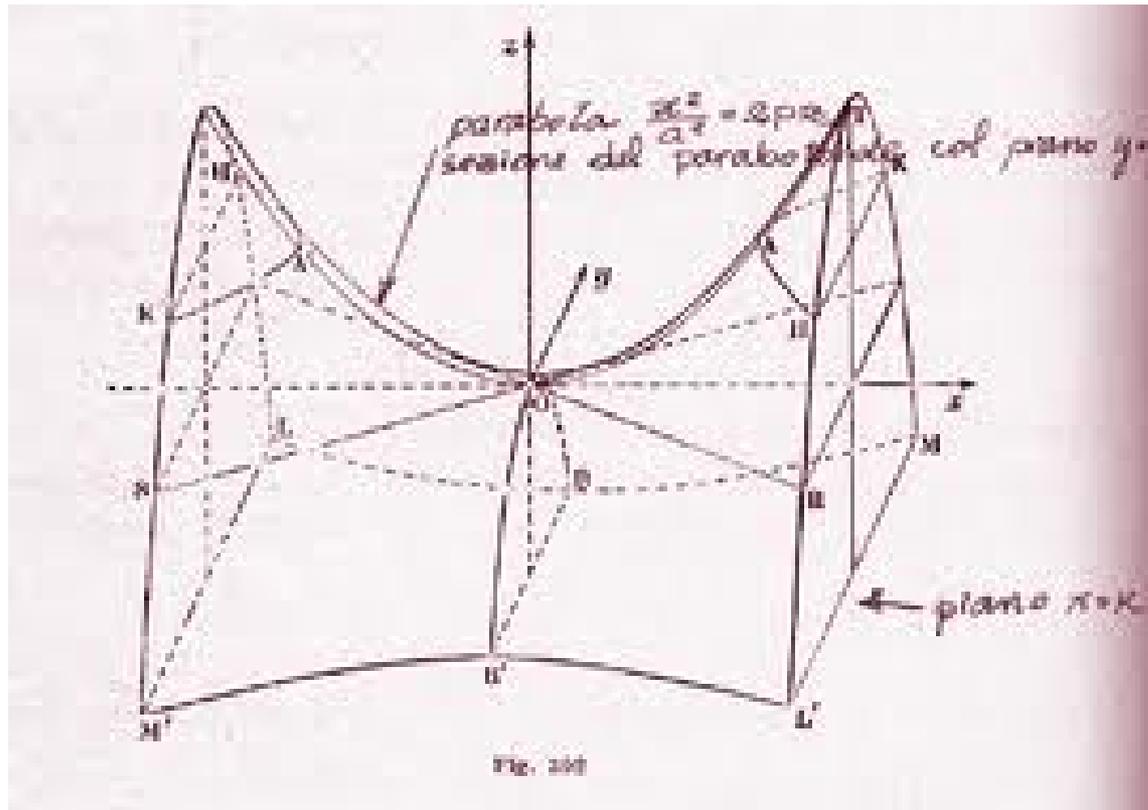
Il punto di partenza della ricerca di Xenakis è un problema di minimo.

E' convinto che l'architetto debba porsi i problemi in modo diverso dal passato e chiedersi *“quale forma geometrica deve avere la copertura affinché la quantità di materiale che la costituisce sia minima?”*.

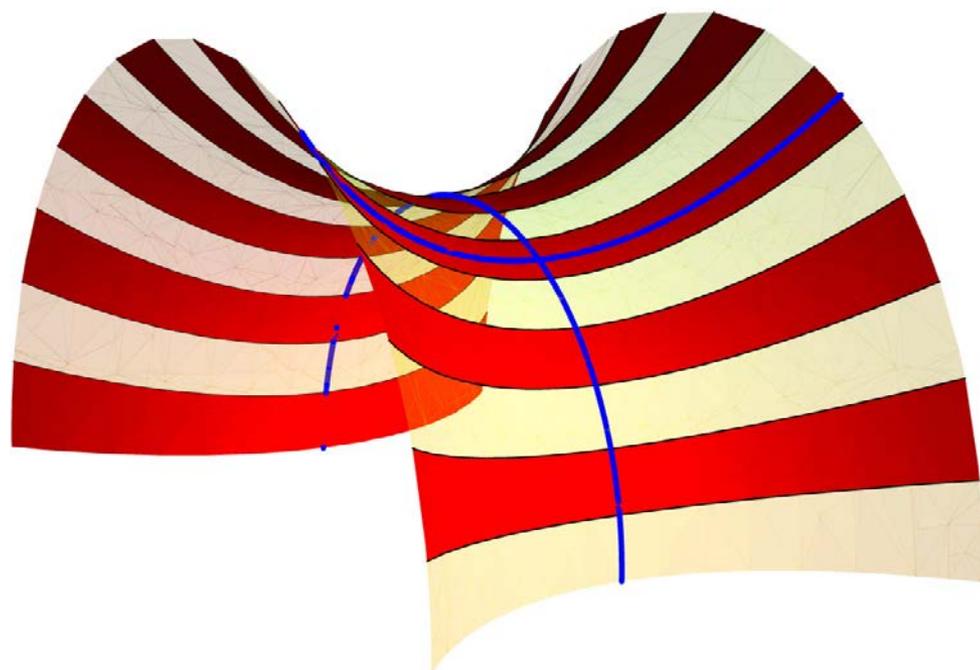
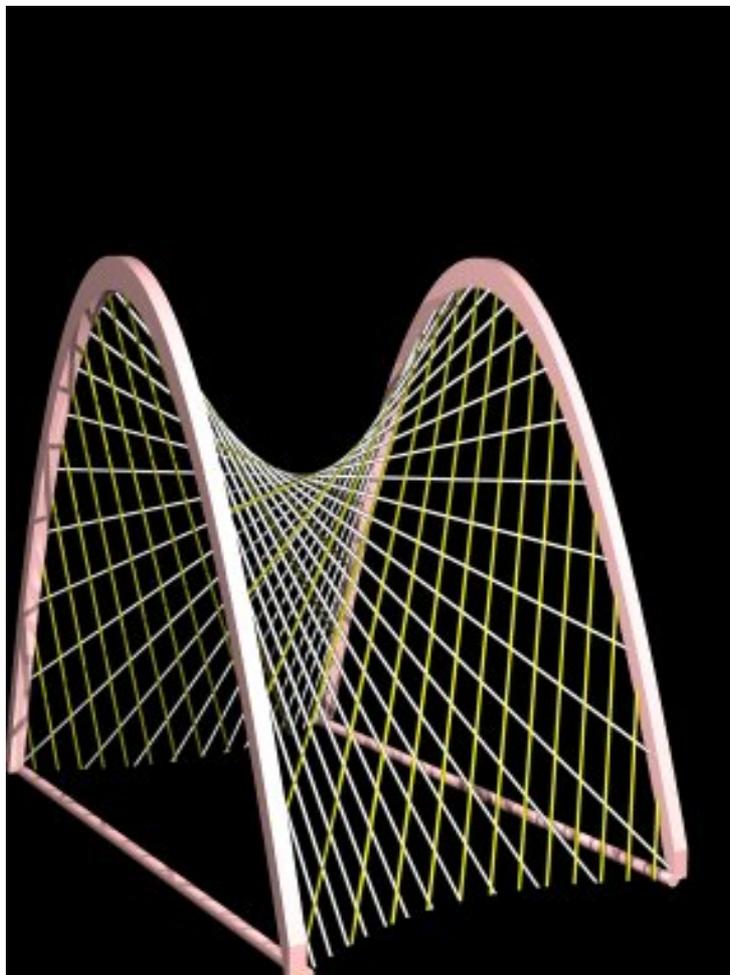
... e così tra **numeri e note** Xenakis decise che la forma ottimale era quella di un **paraboloide iperbolico!**

Una parabola che trasla lungo un'altra parabola!

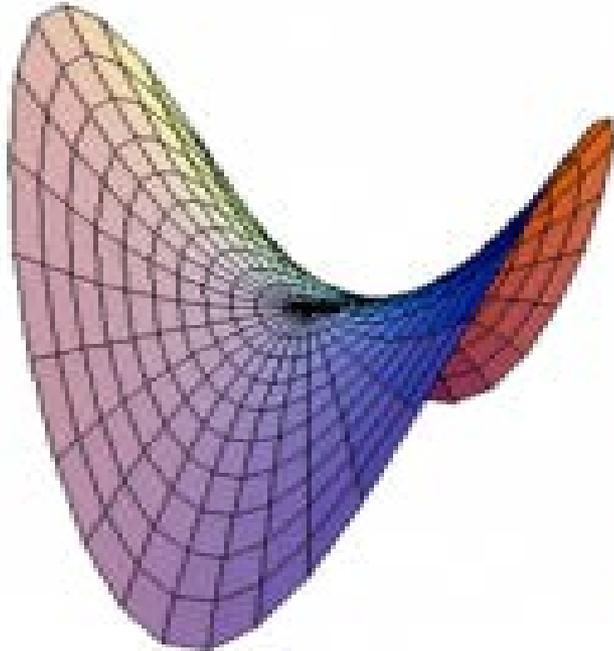
IL PARABOLOIDE IPERBOLICO

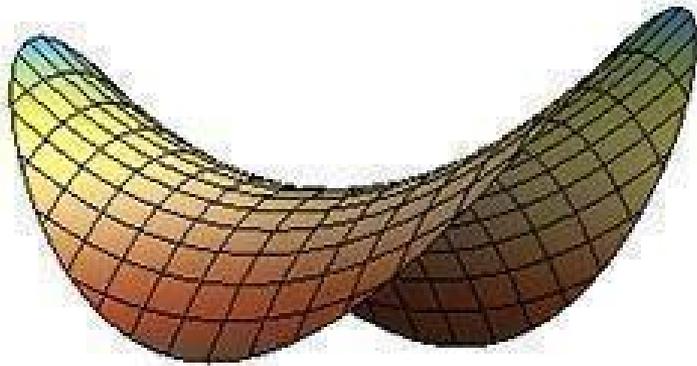


IL PARABOLOIDE IPERBOLICO



IL PARABOLOIDE IPERBOLICO





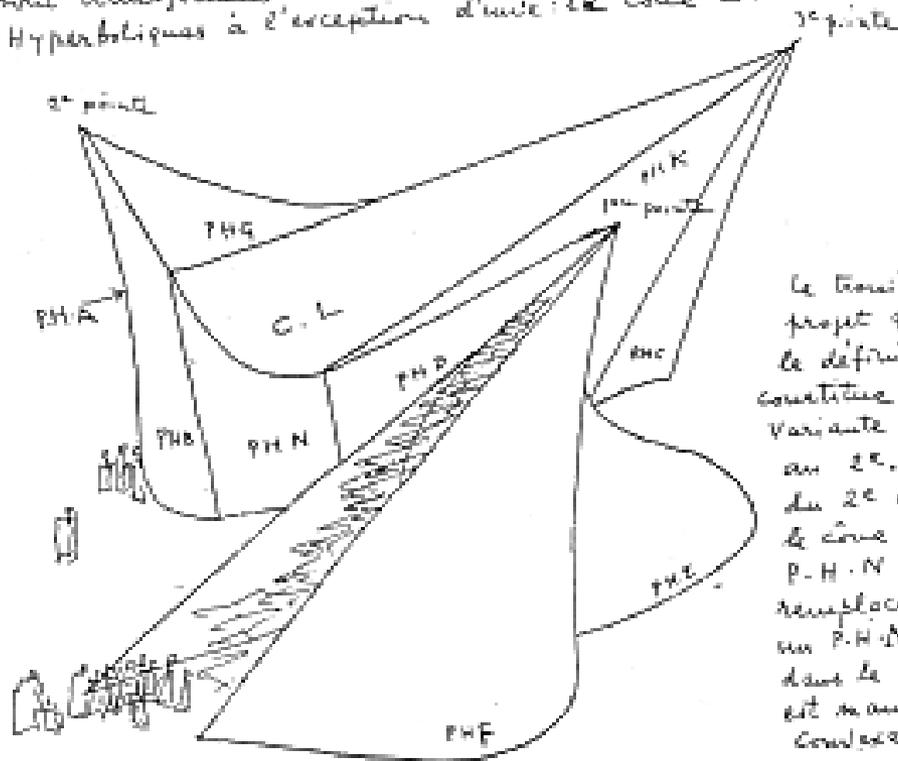
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = cz$$



IL PADIGLIONE PHILIPS

2^e PROJET.

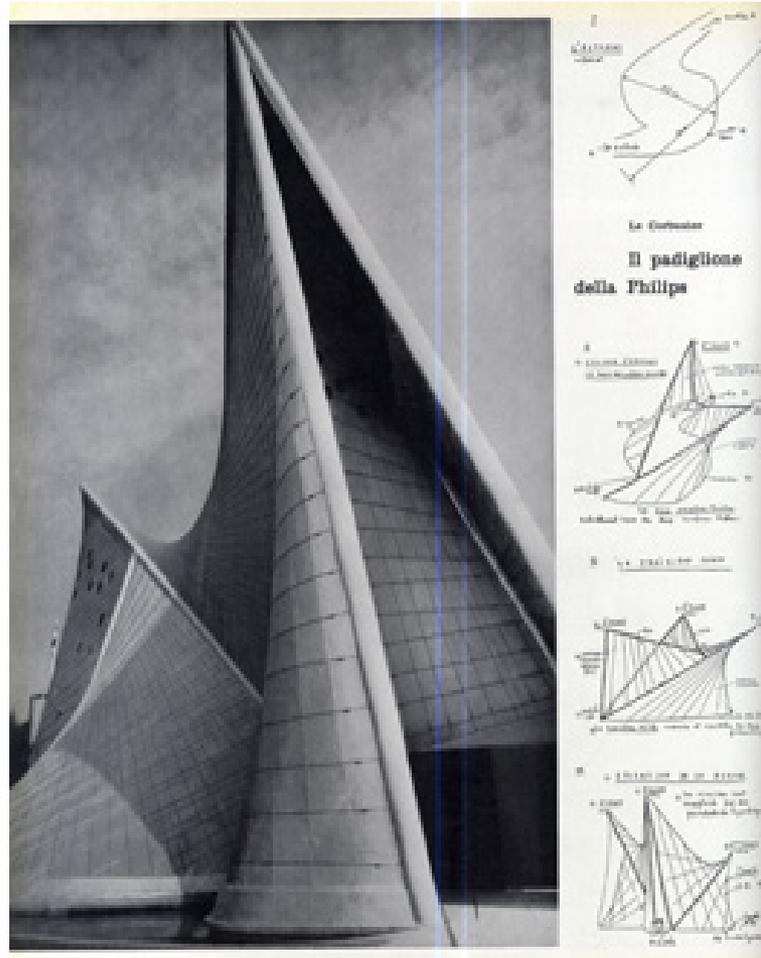
Toutes les surfaces du 1^{er} projet
sont transformées en Paraboloides =
Hyperboliques à l'exception d'une: le cône L.



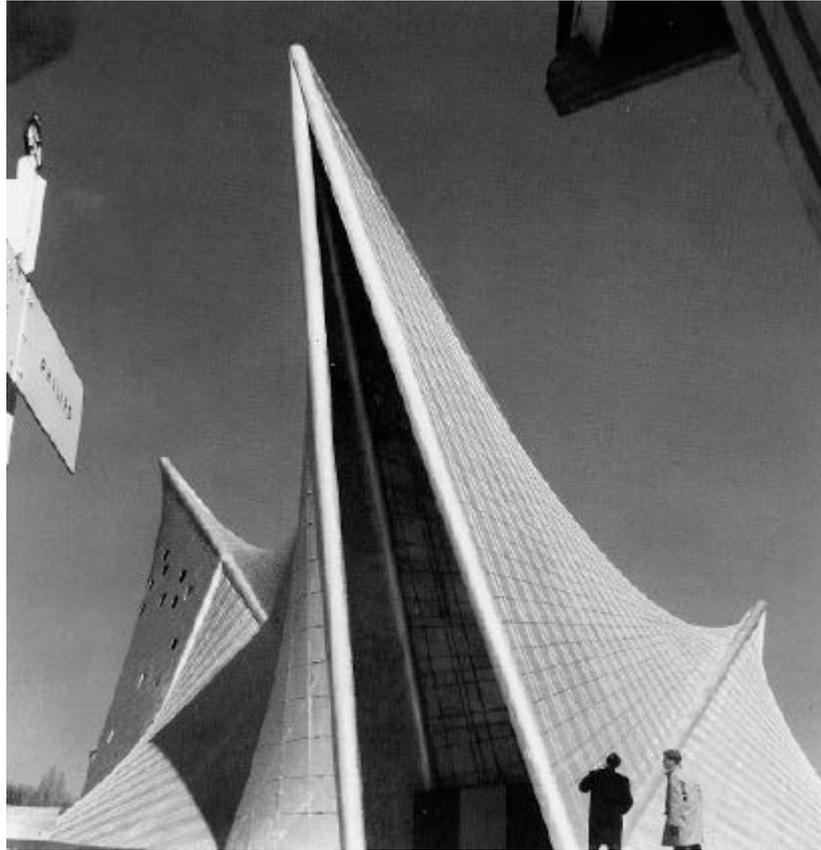
Le troisième
projet qui est
le définitif me
souviens qu'une
variante par rapport
au 2^e. Il diffère
du 2^e que dans
le cône L et le
P.H.N qui sont
remplacés par
un P.H.M et
dans le P.H.C qui
est maintenant
convoxe.

05008

IL PADIGLIONE PHILIPS



IL PADIGLIONE PHILIPS



IL PADIGLIONE PHILIPS







IL PADIGLIONE PHILIPS



L'OBJET MATHÉMATIQUE

All'interno del Padiglione Philips spicca *l'object mathématique* che ricorda correttamente un politopo (il 24-celle) proiettato nello spazio a tre dimensioni.

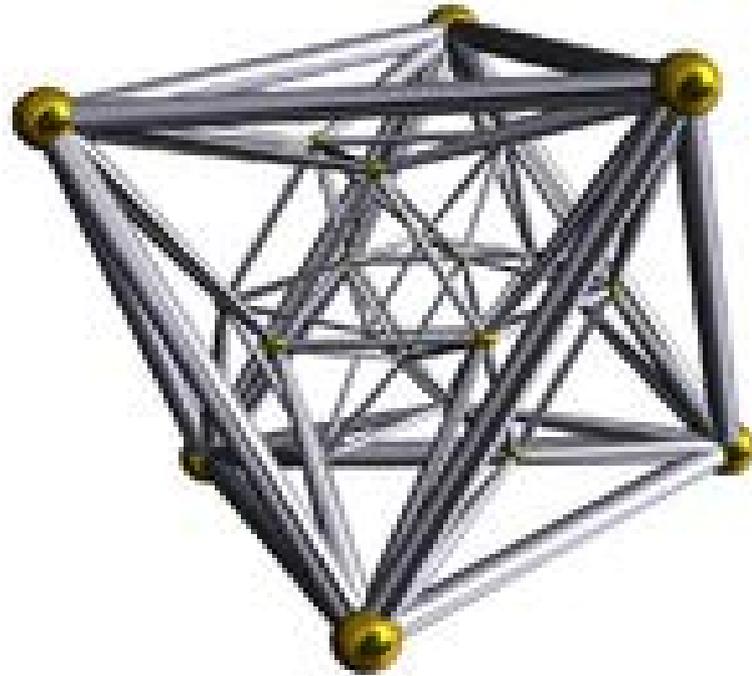
OBJET MATHÉMATIQUE



OBJET MATHÉMATIQUE



OBJET MATHÉMATIQUE



OBJET MATHÉMATIQUE

«L'introduzione della quarta dimensione – spaziale e non temporale – nello spazio costruito e non in quello immaginato è un'operazione ardua e difficile; riunisce lo spazio progettato con quello astratto della matematica ma le variabili dello spazio n-dimensionale costruito sono collegate al concetto di bellezza».

OBJET MATHÉMATIQUE

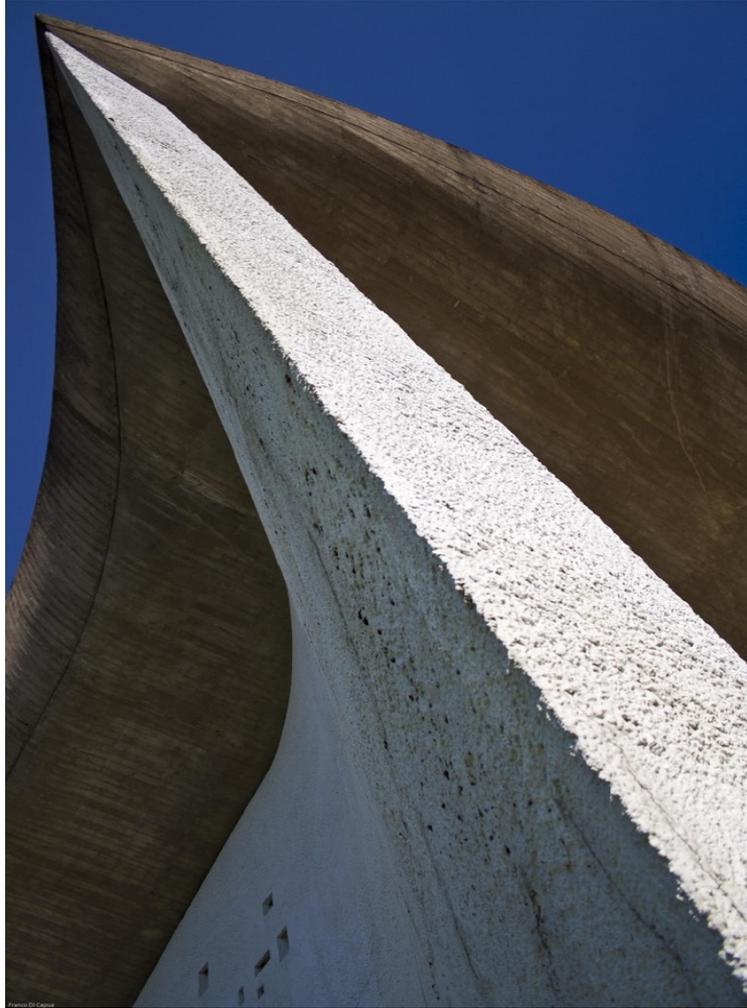
architettura – musica - matematica

“l’armonia regnando su tutte le cose... è l’aspirazione spontanea, assidua e irrinunciabile dell’uomo...”

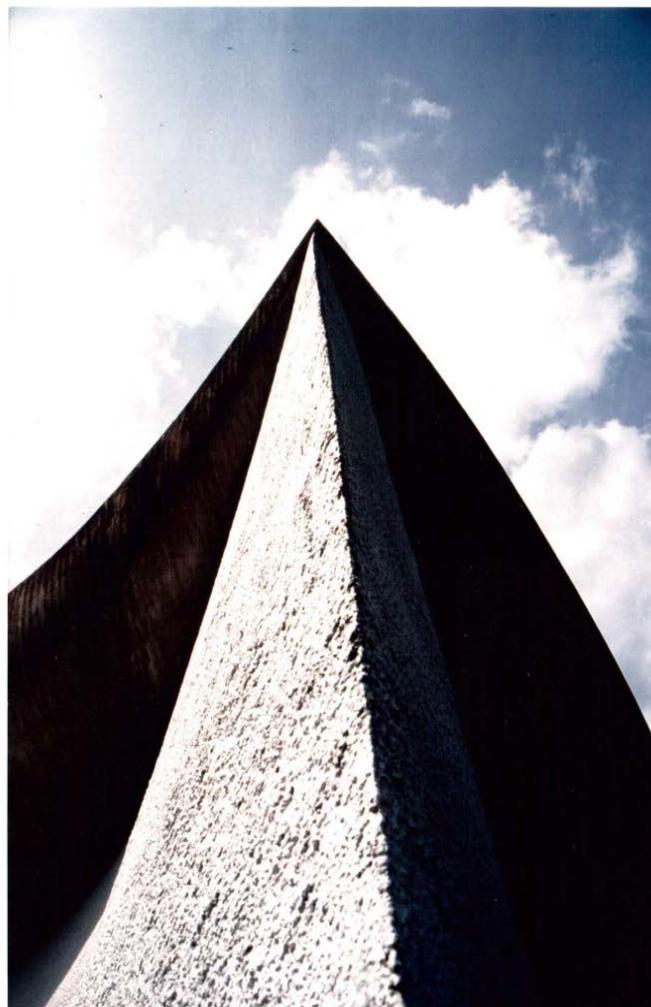
NOTRE DAME DE HAUT - RONCHAMP



NOTRE DAME DE HAUT - RONCHAMP



NOTRE DAME DE HAUT - RONCHAMP



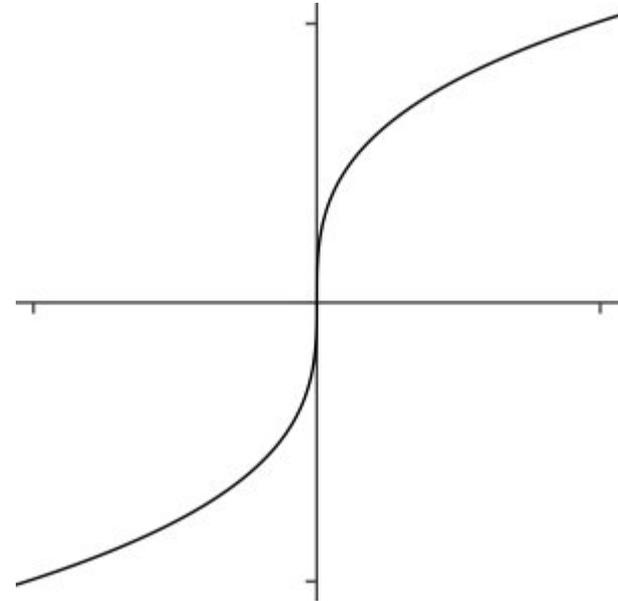
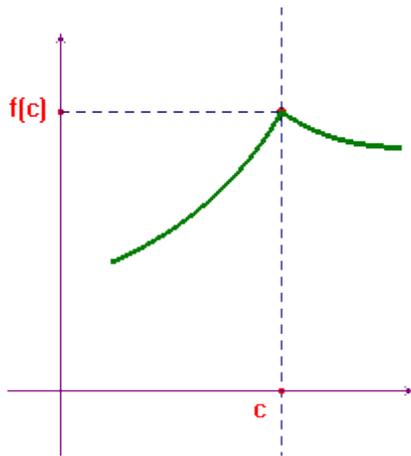
**Ricordiamo i grafici delle funzioni
elementari... all'inizio del corso...**

$$y = x^{1/3}$$

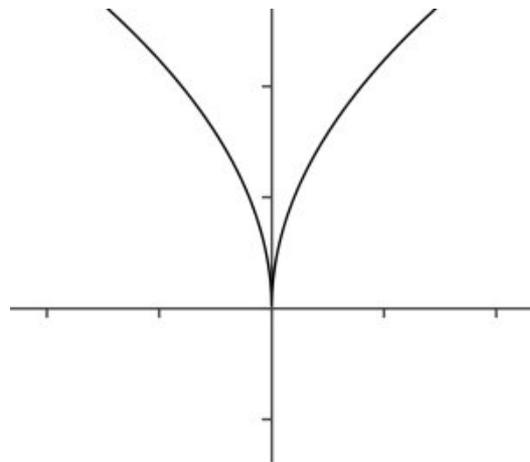
$$y = x^{2/3}$$

PUNTI SINGOLARI (punti di NON derivabilità)

punto angoloso



cuspidate



flesso a tangente
verticale

Nuovo campus Bocconi - Milano

La cuspidè è una delle sette catastrofi elementari.

Teoria delle catastrofi – R. Thom

Renè Thom (1958 medaglia Fields) scopre che i punti di instabilità non sono soggetti a configurazioni caotiche, ma sono soggetti a forme topologicamente stabili e ripetibili.

Tali forme sono appunto le sette catastrofi elementari:

piega;

cuspidè;

coda di rondine;

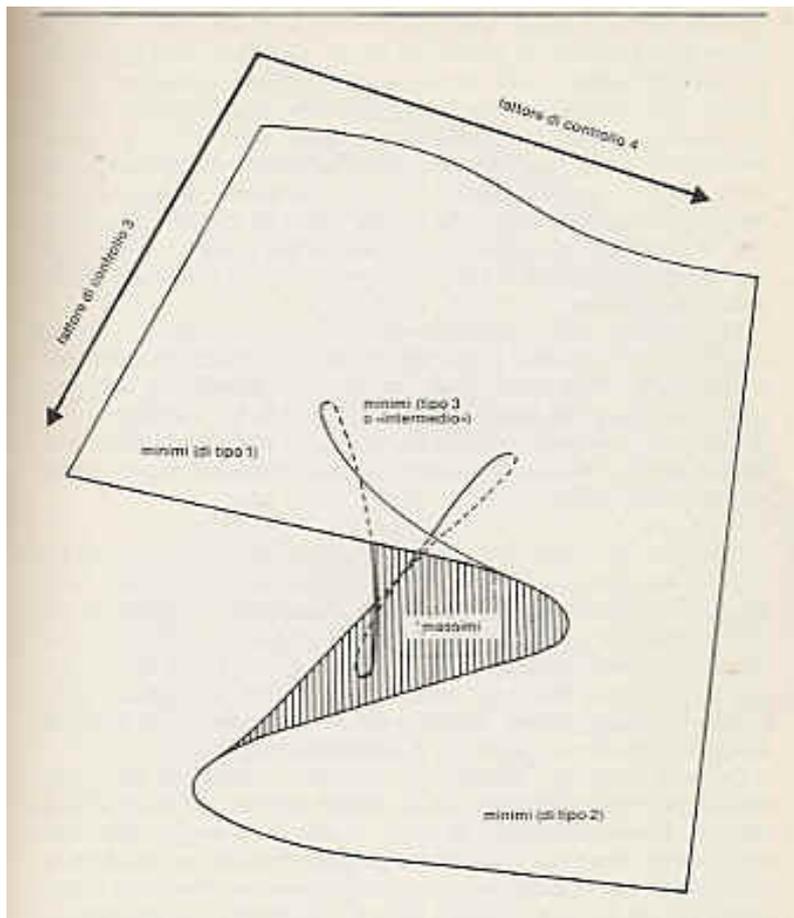
farfalla;

ombelico ellittico o *piramide*;

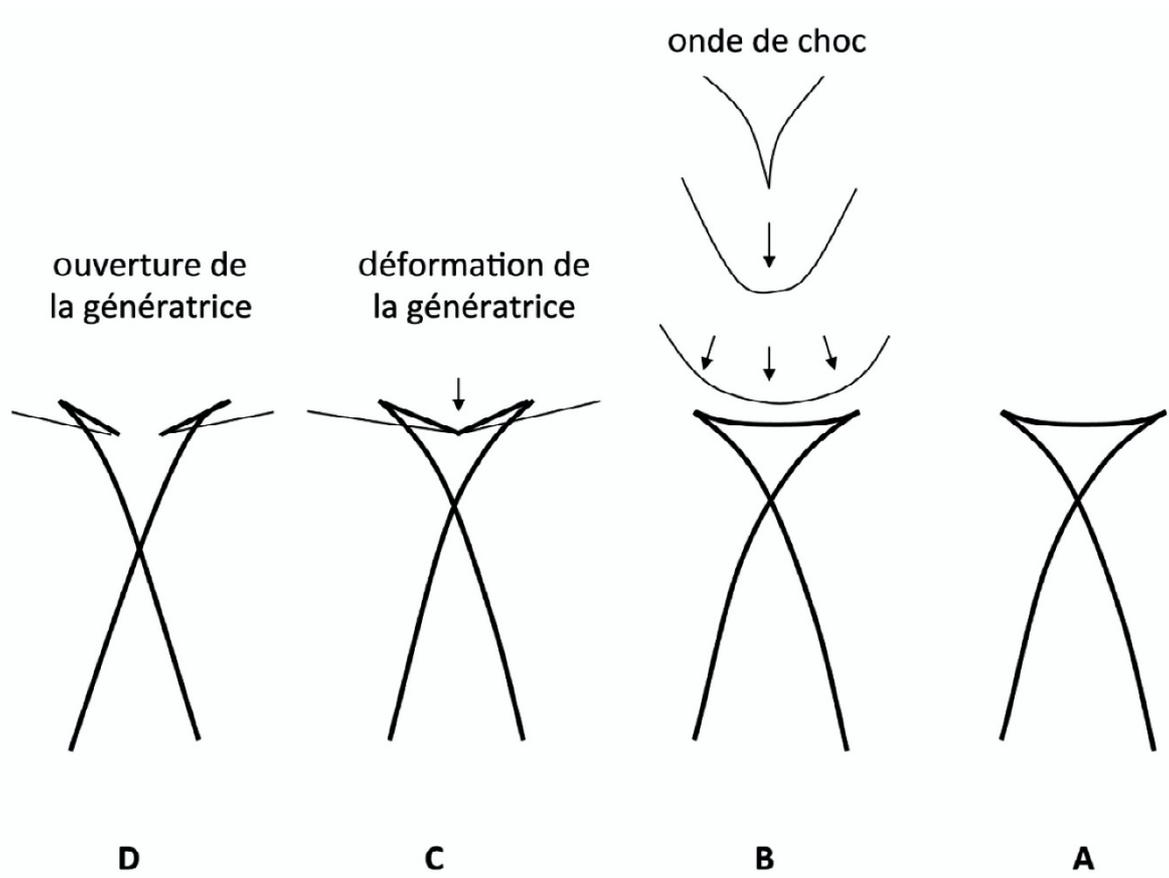
ombelico iperbolico o *portafoglio*;

ombelico parabolico o *fungo*.

catastrofi



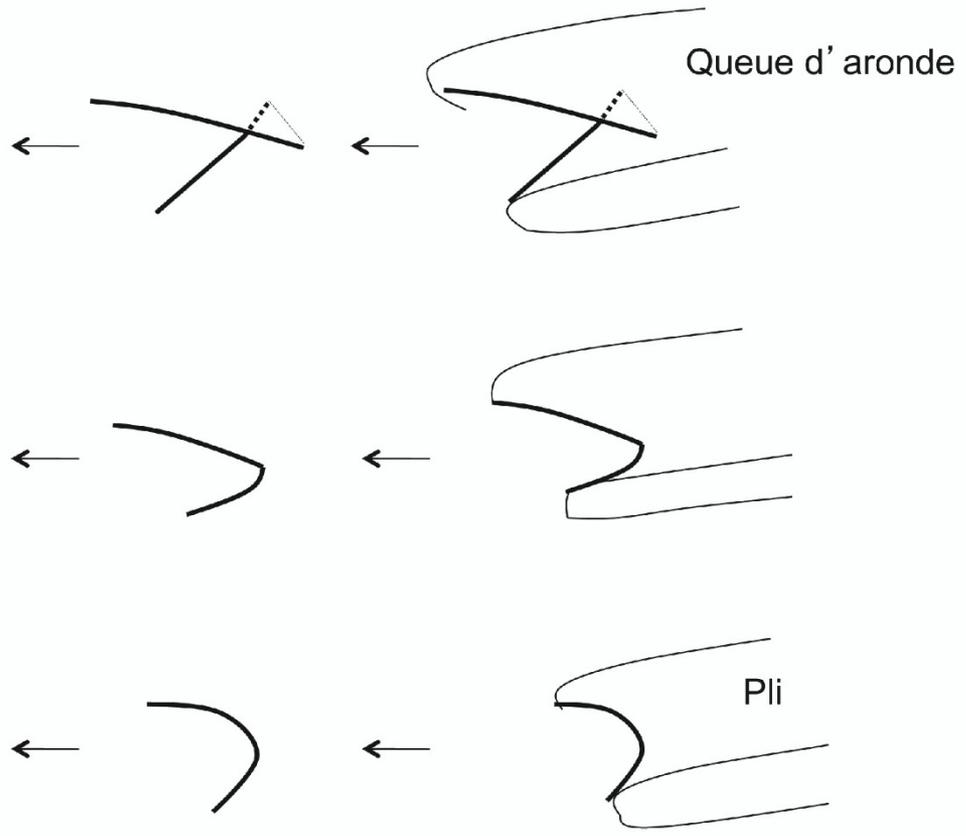
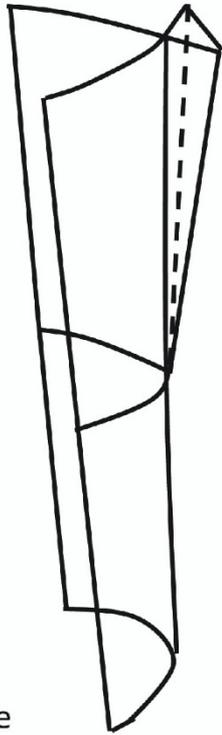
coda di rondine



néguentropie



entropie



Queue d'aronde

Pli

piccola curiosità...

**Salvador Dalì (1904 – 1989) nel 1982 annuncia:
“*Tutto ciò che farò d’ora in avanti si concentrerà sul
tema delle catastrofi*”.**

Si mette così a studiare la teoria enunciata dal matematico francese René Thom (1923 – 2002) nella sua opera *Modèles mathématiques de la morphogenèse* per classificare alcuni cambiamenti repentini osservabili anche in natura.

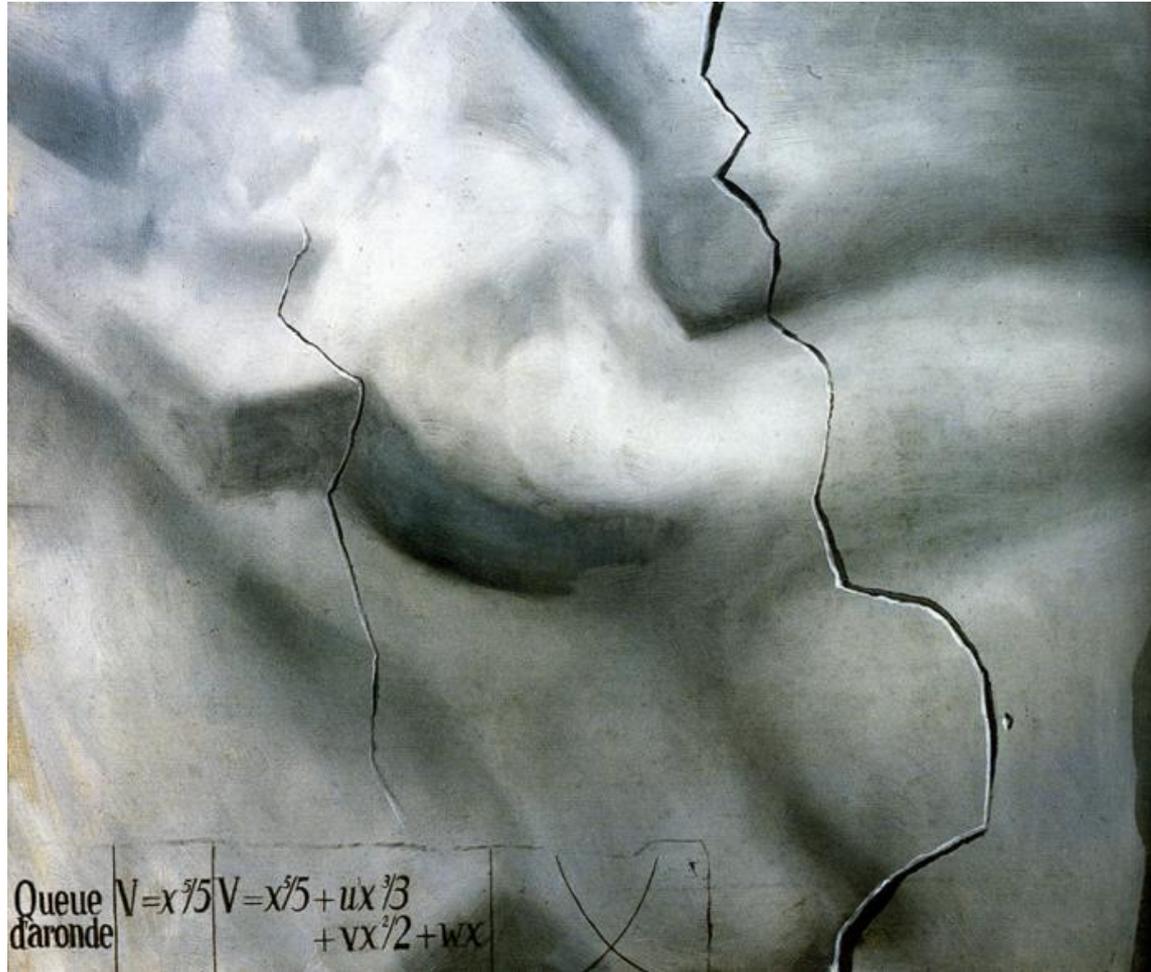
Annuncia la sua ultima opera nel *Ratto topologico d’Europa – Omaggio a René Thom* (16 marzo 1983) e poi la compone nel maggio 1983.

Ultimo dipinto

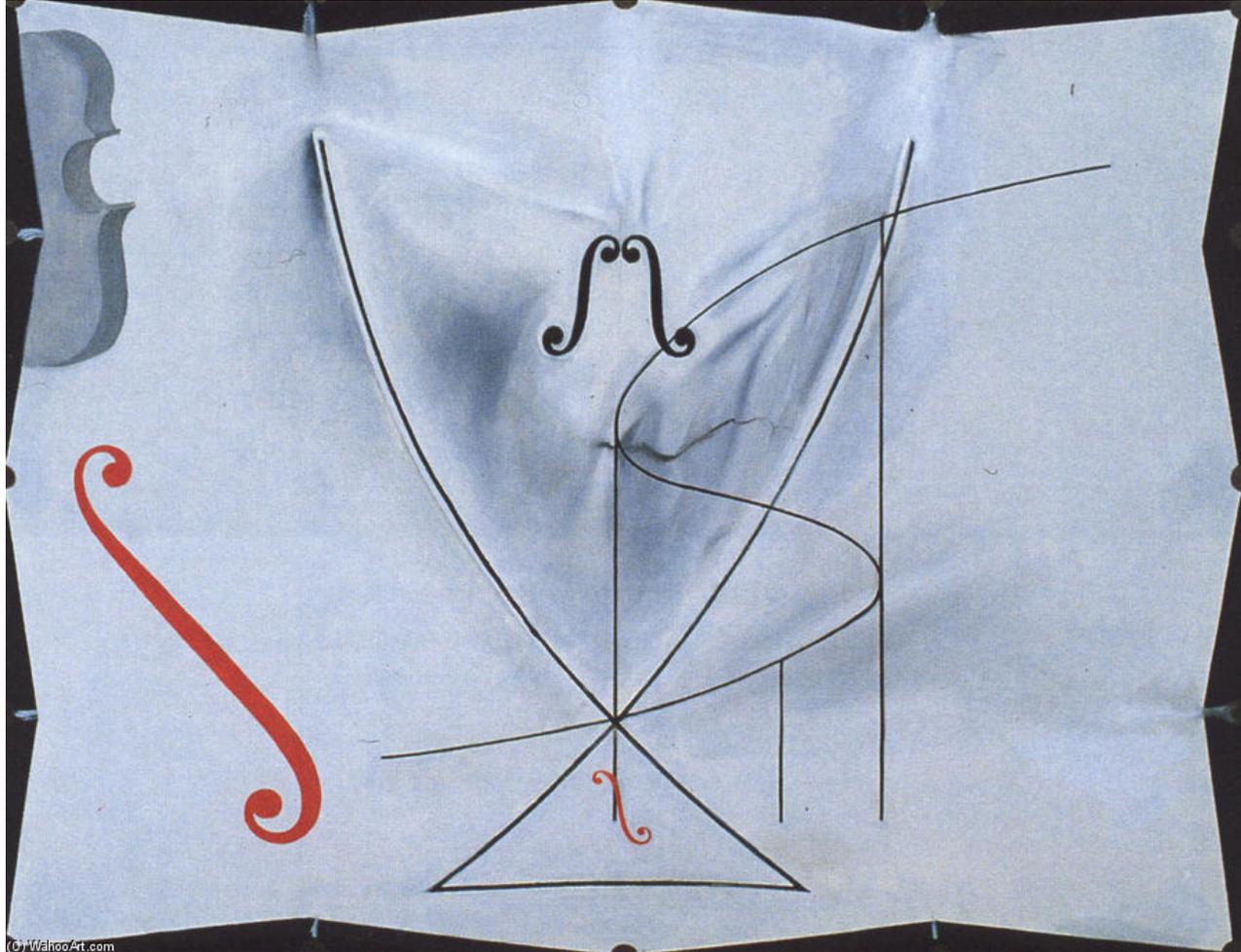
Compone nel maggio 1983 la sua ultima opera. Si intitola *Le queu d'aronde* e rappresenta la forma di una delle sette catastrofi catalogate da René Thom nella sua teoria.

Nel quadro *La coda di rondine* sono presenti anche una cuspide ed un segno stilizzato musicale (associato alla figura di un violoncello) che però ricorda anche il simbolo dell'integrale.

Ratto topologico d'Europa - Omaggio a René Thom, 1983



Le queu d'aronde



É sempre Le Corbusier:

“per l’artista “matematica” non significa scienze matematiche. Non si tratta necessariamente di calcoli ma della presenza di una sovranità; una legge di infinita risonanza, consonanza, ordine. Il rigore è tale che l’opera d’arte non è una conseguenza, che si tratti di un disegno di Leonardo, della stupefacente precisione del Partenone, del ferreo e impeccabile gioco costruttivo della cattedrale, dell’unità che realizza Cézanne, della legge che determina l’albero, splendore unitario di radici, tronco, rami, foglie e fiori. Nulla è casuale in natura. Quando si è capito che cosa sia la matematica in senso filosofico, la si scoprirà in tutte le opere. Il rigore, la precisione sono il mezzo per trovare la soluzione, la ragione dell’armonia”.