

9 Febbraio 2018

Probabilità - Marta Lucchini

Esercizio 1: Un'indagine sulla città ABC ha rivelato che l'8% della popolazione è ricco, il 5% è famoso e il 2% è ricco e famoso.

a) Qual è la probabilità che un cittadino scelto a caso nella popolazione di ABC sia ricco ma non famoso?

b) Qual è la probabilità che un cittadino scelto a caso nella popolazione di ABC non sia né ricco né famoso?

c) Qual è la probabilità che un cittadino famoso di ABC sia ricco?

Esercizio 2: In una stanza ci sono N persone ($N \geq 2$). Qual è la probabilità che almeno due di loro festeggino il compleanno lo stesso giorno?

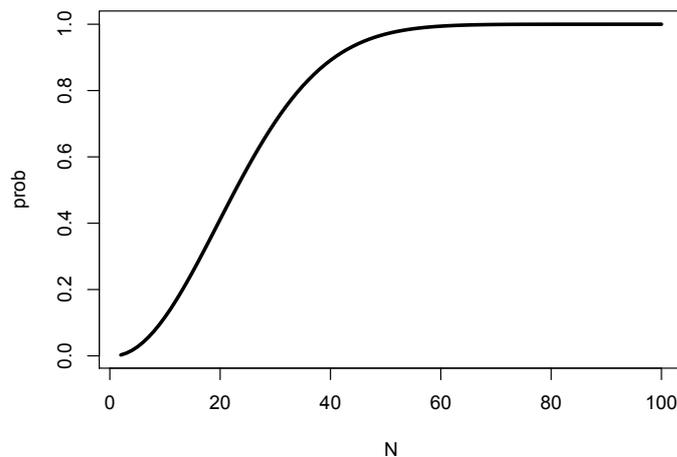


Figura 1: Probabilità che, di N persone, almeno due festeggino il compleanno lo stesso giorno, in funzione di N .

Esercizio 3: L'incidenza di una malattia xy su una popolazione è pari all'1%. Un individuo si sottopone a un test diagnostico, per verificare se è malato di xy . Si sa che la sensibilità del test, ovvero la probabilità che un soggetto malato risulti positivo, è del 95%, mentre la specificità del test, ovvero la probabilità che un soggetto sano risulti negativo è del 97%.

a) Calcolare la probabilità che il soggetto sia malato e risulti positivo al test.

b) Calcolare la probabilità che il soggetto risulti positivo al test.

c) Calcolare il valore predittivo del test, ovvero la probabilità che un soggetto risultato positivo al test, sia effettivamente malato.

Esercizio 4: Un'urna contiene 8 palline di cui 3 bianche e 5 nere. Si estrae una pallina a caso. Se la pallina estratta è nera, la pallina viene reinserita nell'urna insieme ad altre tre palline nere. Se invece è bianca, nessuna pallina è riposta nell'urna. Si procede quindi a ulteriori due estrazioni seguendo la procedura descritta. Calcolare la probabilità di estrarre tre palline dello stesso colore.

Esercizio 5: Di tre urne indistinguibili, si sa solo che una contiene 8 palline di cui 3 bianche e 5 nere, un'altra ne contiene 8, tutte bianche, la terza ne contiene 2 nere. Si estrae una pallina da un'urna, scelta a caso tra le tre.

a) Qual è la probabilità che la pallina estratta sia bianca?

b) Se la pallina estratta è bianca, qual è la probabilità di aver pescato dall'urna contenente solo bianche?

Esercizio 6: Il venditore di uno strumento di controllo dichiara che il suo prodotto ha un'alta affidabilità, dal momento che con probabilità $p = 99\%$ individua correttamente i componenti difettosi e quelli funzionanti. Con questo strumento, andiamo a rintracciare i componenti difettosi di una partita, sapendo che essi ne costituiscono il 5%.

a) Determinare la probabilità che un componente sia difettoso, se lo strumento lo ha dichiarato tale.

b) Ora se vogliamo che la probabilità del punto a) sia pari al 95%, quanto deve l'affidabilità p dello strumento?