



Ministero dell' Istruzione, dell' Università e della Ricerca
I043 – ESAME DI STATO DI ISTRUZIONE SECONDARIA SUPERIORE

Indirizzi: LI02, EA02 – SCIENTIFICO
LI03 - SCIENTIFICO - OPZIONE SCIENZE APPLICATE

(Testo valevole anche per la corrispondente sperimentazione quadriennale)

Tema di: MATEMATICA

PROBLEMA 1

L'azienda per cui lavori vuole aprire in città una pista di pattinaggio su ghiaccio e ti ha dato l'incarico di occuparti del progetto.

La pista verrà realizzata su un terreno di forma rettangolare, di base 40 metri e altezza 20 metri, e secondo le specifiche che ti sono state fornite sarà di forma ellittica¹ e avrà area pari a $600 m^2$. Stabilito un sistema di assi cartesiani Oxy , il cui centro coincide con il centro dell'ellisse e con quello del rettangolo, in figura 1 sono rappresentati il terreno e la pista, in figura 2 la regione relativa al primo quadrante. La superficie in grigio è da adibire a deposito e a servizi tecnici, per cui deve essere inaccessibile al pubblico: essa è delimitata dalle tangenti alla pista passanti per i punti medi dei lati verticali AB e CD .

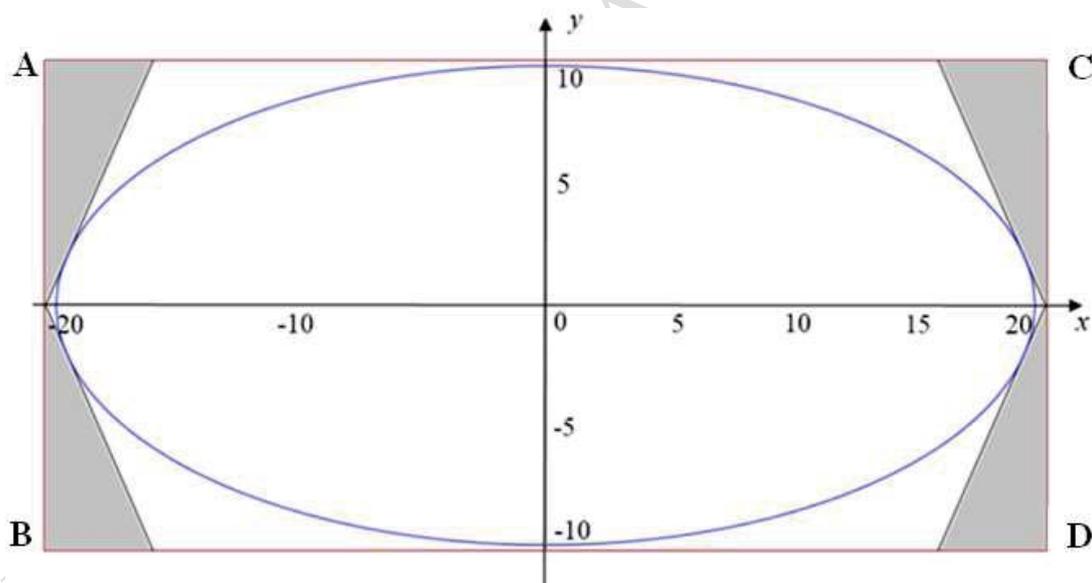


Figura 1

¹ L'equazione dell'ellisse, in coordinate cartesiane, è la seguente:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

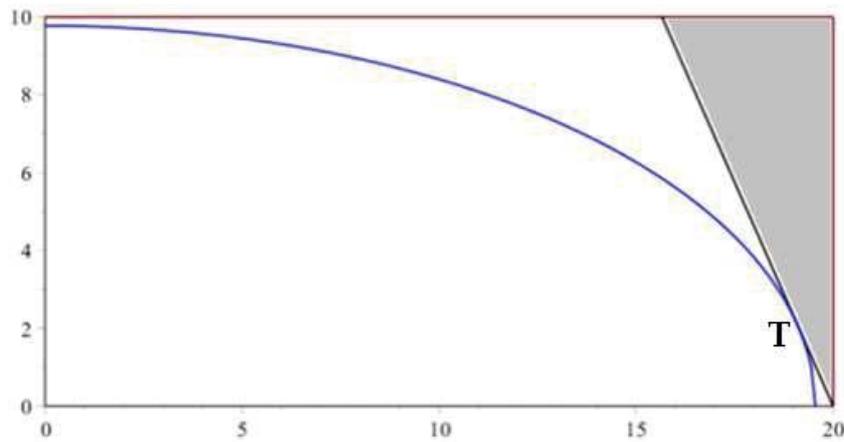


Figura 2

1. Determina, in funzione di a e b (rispettivamente lunghezza del semiasse orizzontale e del semiasse verticale dell'ellisse) le coordinate del punto di tangenza T , e verifica che l'espressione della superficie totale S dell'area evidenziata in grigio nella figura 2 è:

$$S = \frac{50\sqrt{400 - a^2}}{b}$$

2. Per motivi estetici, è richiesto che la proporzione tra il semiasse orizzontale e quello verticale dell'ellisse sia uguale a quella tra il lato orizzontale e quello verticale del rettangolo. Ricordando che l'area della pista² deve essere pari a 600 m^2 , determina i valori di a e b (approssimati al centimetro). Verifica inoltre che la superficie evidenziata in grigio occupi meno del 15% del terreno disponibile.

Un'altra problematica da affrontare riguarda la scelta di un macchinario per la produzione del ghiaccio necessario per la pista, tenendo presenti la dimensione della pista, il tempo impiegato per tale produzione e il relativo consumo di energia. Tramite una ricerca di mercato, hai individuato un dispositivo che riesce a lavorare a una velocità che è inversamente proporzionale allo spessore raggiunto e in 3 ore di lavoro, a temperatura ambiente standard, produce una lastra di ghiaccio di superficie di 600 m^2 avente uno spessore di 3 cm.

3. Individua, per il macchinario selezionato, il modello matematico che descrive l'andamento dello spessore dello strato di ghiaccio in funzione del tempo.

Per un utilizzo ottimale la pista deve avere uno spessore compreso tra i 6,5 e gli 8 cm.

4. Determina il tempo che il macchinario impiega a realizzare uno strato di ghiaccio di spessore 7,5 cm.

² L'area della superficie racchiusa dall'ellisse di semiassi a e b è pari a πab .