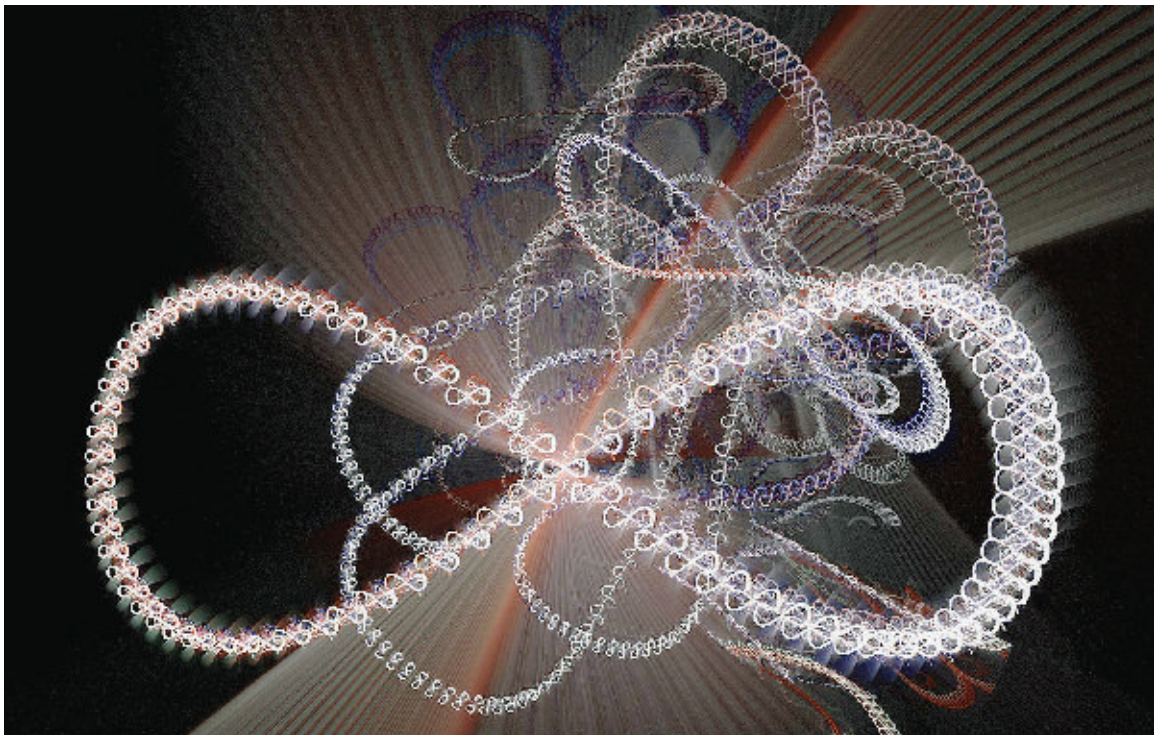




Un'impresa intellettuale che sfida il nostro senso comune: anche l'infinito si può calcolare

Lo sapevi che?Domani
il Premio Fubini

Matteo Viale è il vincitore del «Premio Guido Fubini», intitolato al matematico torinese, famoso per gli studi di matematica pura e applicata, che fu docente fino al 1938 presso il Politecnico e l'Università di Torino. Creato dall'Istituto Superiore Mario Boella, è gestito dal Progetto Polymath e dall'Associazione Subalpina Mathesis. Il premio, che sarà consegnato domani al Circolo dei Lettori di Torino, ha l'obiettivo di sostenere le ricerche di giovani matematici sotto i 45 anni sia nei settori della matematica pura sia in quelli delle applicazioni all'ingegneria, all'economia e all'informatica.

La guerra degli infiniti

“Con i miei teoremi provo a espandere la matematica”

MatematicaFRANCESCO VACCARINO
POLITECNICO DI TORINO

La matematica è lo studio degli oggetti mentali che hanno proprietà riproducibili: così scrivevano Davis e Hersch. Alla luce delle conoscenze delle neuroscienze questo punto di vista appare piuttosto convincente. La matematica è una rappresentazione simbolica, mediante segni condivisi, di contenuti mentali e di stati del nostro organismo.

La matematica ha la sua psicanalisi: la logica matematica. Non è chiaro se la logica contenga la matematica o se sia una sua branca. Parlate a un matematico e lui vi dirà che la logica è una disciplina della matematica. Se invece interrogate un logico, sosterrà che i teoremi dell'algebra, dell'analisi e della geometria possono essere codificati nella teoria degli insiemi.

«Tutti conosciamo il concetto intuitivo di insieme come collezione - dice Matteo Viale, logico, studi a Pisa, Parigi e Vienna e oggi ricercatore presso il dipartimento di Matematica dell'Università di Torino e fresco vincitore del Premio Fubini 2010 -. L'insieme dei gatti, delle zie o dei pianeti, per fa-

re degli esempi. Ci sono anche facili esempi infiniti: i numeri pari, quelli dispari, tutti i numeri interi». E fino a questo punto sembra tutto molto semplice.

Le cose cambiano quando iniziamo a spingere il gioco più in là e introduciamo l'autoreferenza. «La questione dei paradossi - spiega Viale - è stato, forse, il primo dei grandi problemi della teoria degli insiemi. Un esempio famoso è quello di Russell: consideriamo l'insieme R di tutti gli insiemi che non contengono se stessi. È un insieme non vuoto, per esempio l'insieme dei gatti non è un gatto. La questione, allora, è: “R è un elemento di R?”. Se rispondo “sì”, allora R sta in R, quindi, non contiene se stesso, quindi non sta in R e, quindi, contiene se stesso. Ecco un paradosso della teoria ingenua degli insiemi».

Si è usciti dall'impasse mediante una lista di assiomi: è la cosiddetta assiomatizzazione ZFC introdotta da Zermelo e Fraenkel. Infatti, insiemi come R non esisto-

no nella ZFC. Ma dopo ZFC si aprono nuove questioni. La più famosa è la cosiddetta «Ipotesi del continuo». Consideriamo i numeri reali, che si possono descrivere come l'unione dei numeri razionali, cioè le frazioni, con i numeri irrazionali, cioè i numeri che non possono rappresentarsi come frazione: un esempio è pigreco. «L'insieme dei numeri reali è infinito come quello dei numeri interi o dei razionali, ma, e qui si verifica una vera novità nella storia del pensiero, i numeri reali sono di più di quelli naturali o di quelli razionali. Possiamo proseguire il ragionamento - aggiunge Viale - e ottenere una gerarchia di “infiniti”: è questo il capolavoro di Cantor».

Ci si chiede, a questo punto, se esistano tipi di infinito più grandi dei naturali e più piccoli dei reali. «L'ipotesi del continuo assume che non ci sia nulla in mezzo tra questi due tipi - aggiunge - viene chiamata ipotesi, e non congettura o teorema, perché Cohen ha dimostrato che tale assunzione non può essere dedotta

dagli assiomi ZFC».

Allora possiamo estendere ZFC, aggiungendo l'ipotesi del continuo, detta anche CH? «Sì, certo - risponde Viale -. Ma non è la sola estensione possibile. Qui la teoria si biforca e le due possibilità più accreditate sono: aggiungere CH oppure sostituirla con gli assiomi di “forcing”. Otteniamo così due teorie parallele».

E' a partire da questo punto che Viale ha condotto le ricerche che gli hanno valso il Premio Fubini. Racconta: «Partendo dagli assiomi di “forcing” ho potuto risolvere un problema classico della teoria degli insiemi, quello detto “Ipotesi del cardinale singolare”. Per decidere se sia meglio CH o gli assiomi di “forcing” si può cercare di capire quale tra i due dia un quadro più coerente della teoria degli insiemi. Un'analogia si ha in geometria, dove si può aggiungere il postulato di Euclide: “Due rette parallele non s'incontrano mai” e ottenere la geometria euclidea. Oppure negarlo e ottenere la geometria iperbolica o quella ellittica. In entrambi i casi ho una risposta a problemi che, viceversa, non avrei potuto risolvere. Lo stesso si ha con gli assiomi di “forcing” e l'ipotesi del continuo rispetto alla teoria degli insiemi classica ZFC».

Nella fruttuosa guerra degli assiomi quelli di «forcing» hanno vinto una battaglia grazie al lavoro di Matteo Viale: rimaniamo in attesa di «notizie dal fronte».

**Matteo Viale**
Logico

RUOLO: E' RICERCATORE AL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA DELL'UNIVERSITÀ DI TORINO
IL SITO: [HTTP://WWW2.DM.UNITO.IT/PAGINEPERSONALI/VIALE/INDEX.HTML](http://www2.dm.unito.it/PAGINEPERSONALI/VIALE/INDEX.HTML)

ANALISI

Astronomi laici e cattolici uniti dalle stesse domande

SEGUE DA PAGINA 23

JOSÉ G. FUNES
SPECOLA VATICANA

Siamo motivati dalle stesse domande che si pongono i nostri colleghi: siamo soli nell'Universo? Saremo in grado di trovare altre «Terre»? Come si formano le stelle e come questo processo è connesso a quello della formazione dei pianeti? Come e quando si sono formate le prime stelle dell'Universo? Come si formarono le galassie? Che cosa sono i buchi neri? Come evolvono? Che relazione esiste tra le galassie e i buchi neri supermassicci che si trovano nel loro centro? Che cos'è la materia oscura? E l'energia oscura? Com'erano i primi istanti dell'Universo? C'è un solo Universo? Ci sono infiniti Universi? Come possiamo verificare queste ipotesi?

Un modo di avvicinarsi a questi argomenti - ho spiegato al Festival della Scienza di Genova - è partire dal punto di vista dell'evoluzione. Sebbene la nozione appartenga originariamente all'ambito biologico, essa ormai forma parte del linguaggio astrofisico e serve per rilevare la dimensione temporale dei pianeti, delle stelle e delle galassie. Possiamo stabilire che questi oggetti cambiano le loro proprietà fisiche col tempo. La moderna astrofisica ci permette di ricostruire la «storia» di pianeti, stelle, galassie. Mi risulta meraviglioso constatare che oggi siamo in grado di descrivere la storia dell'Universo a partire da quando aveva un'età di 10-43 secondi (siamo quasi all'inizio) fino ad oggi, cioè 14 miliardi di anni dopo. Vale la pena ricordare che il Sistema solare ha un'età di 4,5 miliardi di anni e che l'homo sapiens comparve 200 mila anni fa. Galileo puntò il telescopio verso Giove e i suoi satelliti 400 anni fa.

A differenza delle scienze sperimentali, l'astrofisica sviluppa nello scienziato un atteggiamento contemplativo. L'astrofisico non può ripetere gli esperimenti nel cosmo come lo fa lo scienziato nel suo laboratorio. Inoltre i processi cosmici sono straordinariamente lunghi. L'astrofisico deve agire da detective e andare alla caccia degli indizi per ricostruire la storia dell'universo.

Molte sono le domande che coinvolgono allo stesso tempo scienza, filosofia e teologia. La scienza si occupa solo di salvare le apparenze oppure offre una interpretazione «reale» del mondo? Qual è il rapporto tra evoluzione e creazione? Qual è il rapporto tra Dio e cosmo? Sarei presuntuoso se io, che sono astronomo ma non filosofo né teologo di professione, pretendessi rispondere in poche righe a queste domande.

Vorrei solo concludere con una mia impressione. Trovo interessante constatare come, in una società secolarizzata come la nostra, il dialogo scienza-fede, che in qualche modo riflette il rapporto Dio-mondo, attiri l'interesse dell'opinione pubblica. Sarà perché le domande che esso suscita sono tra quelle più profonde e perciò tra quelle più umane? La Specola Vaticana, con la sua collocazione all'incrocio di scienza e fede, offre un punto di vista privilegiato.

**FONDAZIONE CRT****mercoledì 17 novembre, ore 21**

Salone d'Onore della Fondazione CRT, via XX Settembre 31, Torino

LA STAMPA

2011: l'anno che verrà.

Dove andrà l'economia americana dopo le elezioni di mid-term.

Il direttore de La Stampa, **Mario Calabresi** dialogherà con **Francesco Guerrera**, capo della redazione del Financial Times di New York ed editorialista de La Stampa, sulle tendenze che caratterizzeranno il 2011 a Washington, a Wall Street e nell'America profonda.

Introduce **Andrea Comba**, presidente della Fondazione CRT

A causa dei posti limitati L'INGRESSO È ESCLUSIVAMENTE SU INVITO
telefonando il giorno 12 novembre dalle 9 alle 18 al numero gratuito 800.011959